

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Aplikace pružného podkladu v biomechanice
Application of the Elastic Foundation in
Biomechanics

Študent:

Marek Konečný

Vedúci bakalárskej práce:

doc. Ing. Karel Frydryšek, Ph. D

Ostrava 2017

Zadání bakalářské práce

Student: **Marek Konečný**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: Aplikace pružného podkladu v biomechanice
Application of the Elastic Foundation in Biomechanics
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Provedení rešerše použití pružného podkladu v biomechanice se zaměřením na traumatologii a ortopedii.
2. Proveďte řešení interakce kovového implantátu s kostí jako úlohu pružného podkladu.
3. Získané výsledky vyhodnoťte.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] K. Frydryšek, K. Tvrda, R. Jančo et al: Handbook of Structures on Elastic Foundation, VŠB - Technical University of Ostrava. Ostrava, Czech Republic, 2013, ISBN 978-80-248-3238-8, pp. 1-1691.
[2] Výpočtové a měřicí zprávy projektu TA03010804 "Osteosyntéza zlomenin nohy a ruky"

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Karel Frydryšek, Ph.D.**

Datum zadání: 09.12.2016

Datum odevzdání: 15.05.2017



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty



Miestoprísazné prehlásenie študenta

Prehlasujem, že som celú bakalársku prácu vrátane príloh vypracoval samostatne pod vedením vedúceho bakalárskej práce a uviedol som všetky použité podklady a literatúru .

V Ostrave 24.4.2017.....

Konečný
.....
podpis študenta

Prehlasujem, že

- som bol zoznámený s tým, že na moju bakalársku prácu sa plne vzťahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, najmä § 35 – použitie diela v rámci občianskych a náboženských obradov, v rámci školských predstavení a použitie diela školského a § 60 – školské dielo.
- Beriem na vedomie, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (ďalej len „VŠB-TUO“) má právo nezárobkovo k svojej vnútornej potrebe bakalársku prácu použiť (§ 35 ods. 3).
- Súhlasím s tým, že bakalárska práca bude v elektronickej podobe uložená v Ústrednej knižnici VŠB-TUO k nahliadnutiu a jeden výtlačok bude uložený u vedúceho bakalárskej práce. Súhlasím s tým, že údaje o kvalifikačnej práci budú zverejnené v informačnom systéme VŠB-TUO.
- Bolo dohodnuté, že s VŠB.TUO, v prípade záujmu z jej strany, uzavriem licenčnú zmluvu s oprávnením použiť dielo v rozsahu § 12 ods. 4 autorského zákona.
- Bolo dohodnuté, že použiť svoje dielo – bakalársku prácu alebo poskytnúť licenciu k jej využitiu môžem iba so súhlasom VŠB-TUO, ktorá je oprávnená v takom prípade od mňa požadovať primeraný príspevok na úhradu nákladov, ktoré boli VŠB-TUO na vytvorenie diela vynaložené (až do ich skutočnej výšky).
- Beriem na vedomie, že odovzdaním svojej práce súhlasím so zverejnením svojej práce podľa zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o zmene a doplnení ďalších zákonov (zákon o vysokých školách), v znení neskorších predpisov, bez ohľadu na výsledok jej obhajoby.

V Ostrave :24.4.2017

.....

podpis

Meno a priezvisko autora práce:

Marek Konečný

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Kornica č. 934, 023 22 Klokočov

Anotácia bakalárskej práce:

Konečný, M. Aplikácia pružného podkladu v biomechanike: bakalárska práca. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojná, Katedra aplikovanej mechaniky, 2017, 61 s. Vedúci práce: doc. Ing. Frydryšek, K., Ph. D.

Predkladaná bakalárska práca sa zaoberá tematikou pružného podložia. Je zameraná na aplikáciu tohto problému v biomechanike. V práci je riešená problematika osteosyntézy zlomeniny proximálneho femuru pomocou troch špongiózných femorálnych skrutiek. Skrutky riešené v tejto práci sú plného alebo kanylovaného prierezu vyrobené z nerezovej oceli alebo zliatiny Ti6Al4V. Skrutky sú nahradené nosníkmi na pružnom podklade, pre ktoré je vytvorený výpočtový matematický model podľa teórie 2. rádu, podľa ktorého je možné spraviť pevnostnú a tuhostnú analýzu daného problému. Na záver je spravený posudok počítaných skrutiek.

Kľúčové slová: pružný podklad, nosník, biomechanika, femur, femorálne skrutky, zlomenina, osteosyntéza.

Annotation of Bachelor Thesis:

Konečný, M. Application of the elastic foundation in biomechanics: Bachelor Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of mechanical engineering, Department of Applied of Mechanics, 2017, 61 p. Thesis head: doc. Ing. Frydryšek, K., Ph. D.

The present bachelor thesis deals with the theme of elastic foundation, which is focused on application this problem in biomechanics. The aim of the thesis is to solve the problem of osteosynthesis of proximal femur fracture by three cancellous femoral screws. Screws, which are solved in this thesis, are of full cross section or cannulated cross section. They are made of stainless steel or Ti6Al4V alloy. Screws are replaced by beams on elastic foundation for which is created computational mathematical model by theory of 2nd order. In accordance with this mathematical model it is possible to make stress and stiffness analysis of the problem. In conclusion, there is assessment of calculated screws.

Keywords: elastic foundation, beam, biomechanics, femur, femoral screws, fracture, osteosynthesis.

OBSAH

Zoznam použitých značiek a symbolov	8
Úvod.....	11
1. Nosníky na pružnom podklade	12
1.1 Modely podložia	12
1.2 Diferenciálne rovnice priamych nosníkov na pružnom podklade	14
1.2.1 Diferenciálna rovnica priamych nosníkov bez uvažovania vplyvu normálových síl, posúvajúcich síl a oteplenia.....	15
1.2.2 Vplyv posúvajúcich síl na priehyb nosníka uloženého na pružnom podklade...	16
1.2.3 Vplyv normálovej sily na priehyb nosníka uloženého na pružnom podklade ...	16
1.2.4 Riešenie diferenciálnej rovnice nosníka uloženého na pružnom podklade zaťaženého vplyvom normálových síl, oteplenia a posúvajúcich síl.....	18
2. Zlomenina proximálneho femuru	19
2.1 Liečba zlomeniny proximálneho femuru.....	20
2.1.1 Komplikácie zlomeniny proximálneho femuru.....	22
3. Výpočtový model femorálnych skrutiek.....	22
3.1 Úvod a súčasný stav problematiky	22
3.2 Femorálna skrutka ako nosník na pružnom podklade	23
4. Zostavenie modelu výpočtu priehybu a napätia skrutky.....	25
5. Výpočet plných oceľových femorálnych skrutiek	28
5.1 Plná oceľová skrutka dĺžky 90 mm s plným prierezom drieku 4,5 mm vyrobená z nerezovej oceli	28
5.2 Plná oceľová skrutka dĺžky 90 mm s plným prierezom drieku 4,5 mm vyrobená z materiálu Ti6Al4V	31
6. Výpočet kanylovaných oceľových femorálnych skrutiek.....	35
6.1 Kanylovaná oceľová skrutka dĺžky 90 mm s kanylovaným prierezom drieku 1,8/5 mm vyrobená z nerezovej oceli	35
6.2 Kanylovaná oceľová skrutka dĺžky 90 mm s kanylovaným prierezom drieku 1,8/5 mm vyrobená z materiálu Ti6Al4V	38
7. Porovnanie dosiahnutých výsledkov.....	42
8. Zovšeobecnenie výpočtu napätia pre všeobecnú polohu danú uhlom α	43
9. Výpočet pomocou MKP	48
10. Poznatky pre ďalší rozvoj.....	51
11. Záver.....	54
12. Zoznam použitej literatúry	56
13. Zoznam príloh	59

Príloha A.....	59
Príloha B.....	61

Zoznam použitých značiek a symbolov

A	Vektor integračných konštánt	$[m]$
$A_{1,2,3,4}$	Integračné konštanty	$[m]$
B	Vektor pravých strán	$[1]$
D	Priemer drieku skrutky	$[m]$
E	Modul pružnosti v ťahu	$[MPa]$
F	Sila pôsobiaca na jednu skrutku	$[N]$
F_1	Priečna sila na jednu skrutku	$[N]$
F_2	Pozdĺžna sila na jednu skrutku	$[N]$
F_{krit}	Kritická sila	$[N]$
F_m	Celková zaťažujúca sila	$[N]$
G	Modul pružnosti v šmyku	$[MPa]$
J_{ZT}	Hlavný kvadratický moment prierezu nosníka	$[m^4]$
K	Modul stlačiteľnosti podložia	$[N \cdot m^{-3}]$
L	Dĺžka nosníka	$[m]$
L_1	Dĺžka prvého úseku nosníka	$[m]$
L_2	Dĺžka druhého úseku nosníka	$[m]$
M	Matica sústavy	
$M_{1,2,3,4}$	Submatice	
M_o	Ohybový moment	$[N \cdot m]$
N	Normálová sila	$[N]$
R_e	Medza klzu	$[MPa]$
W_o	Modul prierezu v ohybe	$[m^3]$
S	Plocha priečneho prierezu nosníka	$[m^2]$
T	Posúvajúca sila	$[N]$
a	Hĺbka neaktívnej zóny	$[m]$
b	Šírka nosníka	$[m]$
c_1	Konštanta súvisiaca s prvou deriváciou priehybu	$[N \cdot m^{-1}]$
c_2	Konštanta súvisiaca s druhou deriváciou priehybu	$[N]$

d	Priemer otvoru v kanylovanej skrutke	[m]
g	Gravitačné zrýchlenie	[$m \cdot s^{-2}$]
h	Výška prierezu nosníka	[m]
j	Imaginárna jednotka	[1]
k	Koeficient stlačiteľnosti podložia	[$N \cdot m^{-2}$]
k_c	Bezpečnosť voči medzi klzu	[1]
k_{dyn}	Dynamický koeficient	[1]
k_m	Hmotnostný koeficient	[1]
m	Spojito rozložený moment	[N]
m_t	Hmotnosť pacienta	[kg]
n	Počet skrutiek (nosníkov)	[1]
q	Spojité zaťaženie	[$N \cdot m^{-1}$]
q_R	Spojité reakcia podložia	[$N \cdot m^{-1}$]
r	Polomer krivosti nosníka	[m]
t_1	Teplota v hornom vlákne nosníka	[°C]
t_2	Teplota v dolnom vlákne nosníka	[°C]
x	Označenie súradnice	[m]
v	Priehyb nosníka	[m]
α	Uhol sklonu sily F	[°]
α_{MAX}	Uhol sklonu skrutky pri maximálnom napätí	[°]
α_t	Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti	[°C ⁻¹]
β	Súčiniteľ rozloženia šmykového napätia	[1]
μ	Poissonovo číslo	[1]
ρ	Hustota	[$kg \cdot m^{-3}$]
ω	Vlnový parameter nosníku	[m^{-1}]
$\sigma_{1,2}$	Maximálne napätia v nosníku	[MPa]
σ_N	Normálové napätie	[MPa]
σ_o	Ohybové napätie	[MPa]
σ_V	Výsledné napätie	[MPa]
τ	Šmykové napätie	[MPa]

$\omega_{1,2,3,4}$	Korene charakteristickej rovnice	$[m^{-1}]$
$\omega_{I,R,R2}$	Vlnové parametre priechybovej krivky nosníka	$[m^{-1}]$

ÚVOD

Pružný podklad má zásadný význam pri mnohých úlohách v technickej praxi, aj keď v mnohých prípadoch sa jeho vplyv zanedbáva. Často je pružný podklad nahradzovaný okrajovými podmienkami, ktoré uvažujú, že podklad je dokonale tuhý. Zanedbanie pružného podkladu, môže viesť k chybným výsledkom a následne k zlyhaniu celej konštrukcie.

Pružný podklad je typický problém v úlohách stavebníctva, kde bez výpočtu správania stavby na danom podloží môže dôjsť k jej zrúteniu. Problematika pružného podložia sa rieši už od staroveku, kedy ľudia začali stavať mohutné stavby, ako napr. Koloseum, mohutné rímske akvadukty, šikmú vežu v Pise a pod. Staviteľia museli upravovať podložie, tak aby vydržalo pod ťarchou týchto stavieb. V 19. storočí sa problém pružného podložia, začal skúmať viac do hĺbky a stal sa z neho vedný obor, vďaka čomu máme o tejto problematike dostatočné informácie, ktoré dnes využívame v praxi. Ale pružný podklad je úloha veľmi zložitého charakteru a aj dnes sa vedci zaoberajúci touto problematikou stále snažia nájsť čo najpresnejšie riešenie úloh týkajúcich sa pružného podkladu. Rozvíjajúca sa výpočtová technika dnes dáva nové možnosti ako počítať úlohy toho najzložitejšieho charakteru s relatívne presnými výsledkami.

V súčasnosti je táto problematika využívaná okrem stavebníctva aj v strojárstve, v lodiarstve a armádnych aplikáciách, v biomedicíne a tiež v športe. Ako príklad môže byť návrh lyží, ktoré môžeme považovať za nosník na pružnom podklade.

Vlastnosti pružného podložia sú závislé na mnohých faktoroch, ako napr. hĺbka podložia, vlhkosť, mráz atď. Preto výpočet vplyvu pružného podkladu na danú konštrukciu je úloha značne zložitá. K dosiahnutiu požadovaných výsledkov sa používa numerické modelovanie, uskutočnenie vhodného experimentu alebo prijateľným zjednodušením sa dá v niektorých prípadoch tento problém vyriešiť aj analyticky.

Táto bakalárska práca je zameraná na analytické riešenie pružného podkladu v biomedicíne. Problém, ktorý práca rieši je osteosyntéza zlomeniny proximálneho femuru. Je prevedená pevnostná a tuhostná analýza femorálnych skrutiek používaných pri fixácii zlomenín krčku femuru (collum femoris). Ako prvé sa v tejto práci zoznámite s tým, čo sa chápe pod pojmom pružný podklad a ako sa dá analyticky vypočítať. Následne je stručne vysvetlený problém zlomeniny proximálneho femuru. Nasleduje zhotovenie analytického výpočtového modelu a nakoniec vlastný výpočet vybraných skrutiek používaných pri osteosyntéze. V práci sú riešené plné a kanylované skrutky z nerezovej ocele AISI 316L (DIN 1.4441 – 316L medical) a zliatiny Ti6Al4V.

Postup uvedený v tejto práci sa dá využiť aj na ďalšie prípady, kedy je potrebné zaviesť skrutky do kostí ľudí či zvierat, alebo inžinierskych konštrukcií.

1. NOSNÍKY NA PRUŽNOM PODKLADE

Úlohy týkajúce sa nosníkov na pružnom podklade sa zaraďujú medzi úlohy staticky neurčité. Vzájomné pôsobenie nosníka a podložia je úloha mechanického kontaktu. Nosníky na pružnom podklade sú nosníky, ktoré sú po celej dĺžke alebo iba jej časti podopreté. Pôsobením zaťaženia sa nosník deformuje, čím sa vtlačuje do podkladu. Podklad sa snaží zdeformovať čo najmenej, čím pôsobí silou proti nosníku. Z uvedeného je zrejmé, že je nutné počítať aj s deformáciou podkladu a následným napätím od tejto deformácie. Nosníky na pružnom podklade sa vyskytujú v mnohých odvetviach. Typickým príkladom, kde sa tieto úlohy najčastejšie počítajú je stavebníctvo.

1.1 MODEL PODLOŽIA

Ako už bolo spomenuté, pôsobením zaťaženia nosníka sa pružný podklad deformuje, z čoho vzniká posúvajúca sila T , ohybový moment M_o a napätie $\sigma(\tau)$. Zistiť presné riešenia deformácie a napätia pružného podkladu je veľmi náročné a v praxi málo používané. Pre bežné úlohy stačia určité zjednodušenia, ktoré uľahčujú výpočet. Pre tento účel existuje viacero rôznych modelov podložia. Jeden z prvých autorov, ktorý zjednodušil pojem pružného podkladu je Winkler [4]. Jeho model je najjednoduchší spôsob vyjadrenia tejto problematiky.

Winklerov model predpokladá, že spojitá reakcia v podloží q_R je priamoúmerná priehybu nosníka v . Pre tento model platí vzťah:

$$q_R = k \cdot v \quad (1.1)$$

Pričom konštanta úmernosti k sa dá v niektorých prípadoch vyjadriť vzťahom:

$$k = K \cdot b \quad (1.2)$$

Kde K je modul stlačiteľnosti podložia a b je šírka nosníka, ktorá je v kontakte s podložíom.

Podložie teda môžeme chápať ako nekonečný počet nezávislých pružinových podpôr. Z toho môžeme usúdiť, že podložie môže pôsobiť na nosník spojitou reakciou aj v kladnom, aj v zápornom smere. Winklerov podklad ale neuvažuje, že by sa nosník od podložia mohol nejakým spôsobom uvoľniť (odlepiť). Nosník je ako keby pevne spojený s podložíom.

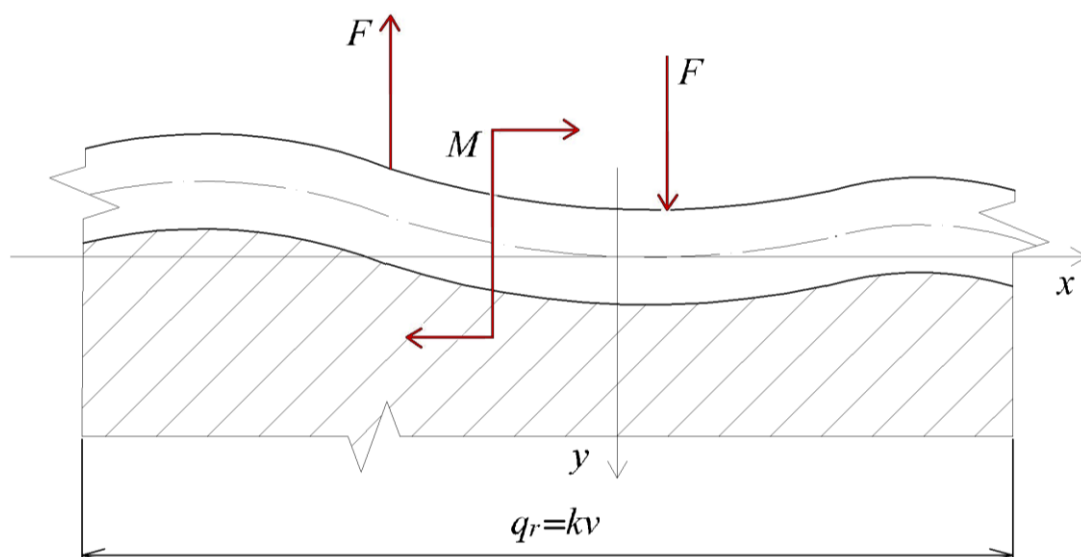
Podložie nemusí byť na povrchu spojité, môžu sa tam vyskytovať nejaké poruchy, dutiny, bubliny a pod. Týmto vzniká neaktívna zóna, kde sa nosník zatlačí do podložia bez akéhokoľvek zaťaženia. Pre tento prípad sa Winklerov vzťah mierne upraví:

$$q_R = k \cdot (v - a) \quad (1.3)$$

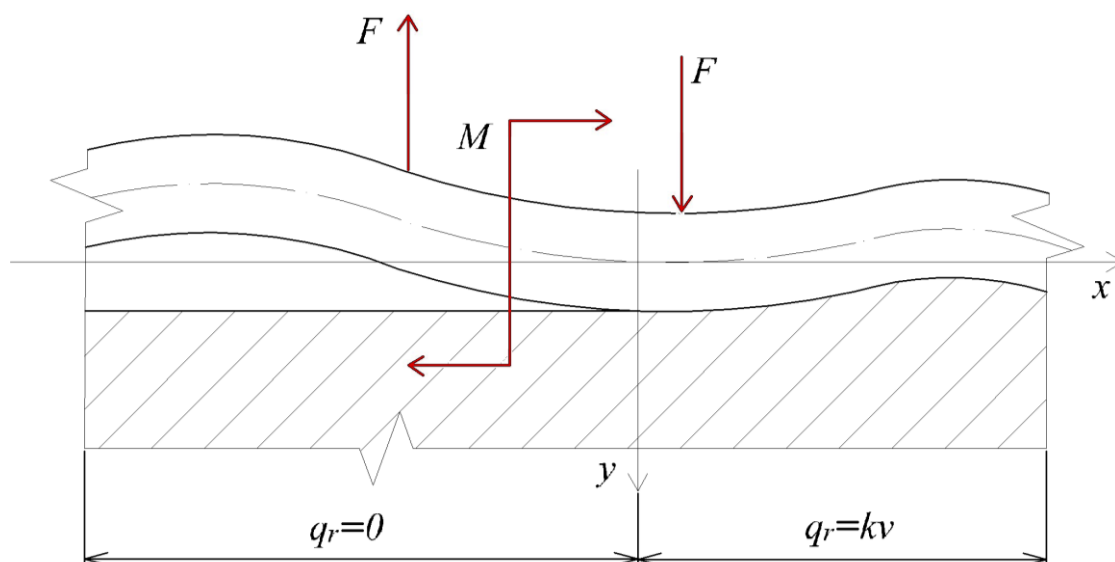
Kde a je hĺbka neaktívnej zóny.

Základný Winklerov model podložia uvažuje, že nosník a podložie sú spolu pevne spojené (prilepené). Tento fakt je dosť limitujúci, a preto sa Winklerov model, viď obr. 1.1, trochu upravil a vznikol modifikovaný jednosmerný Winklerov model podložia, viď rovnica (1.4) a obr. 1.2, ktorý uvažuje, že k deformácii podložia dôjde len v prípade kladného priehybu.

$$q_R = k \cdot \frac{v + |v|}{2} \quad (1.4)$$



Obr. 1.1 Winklerov model podložia.



Obr. 1.2 Modifikovaný jednosmerný Winklerov model podložia.

Modul stlačiteľnosti podložia K je základnou materiálovou konštantou. Stanovenie tohto modulu je veľmi zložitá, keďže podložia majú premenlivú charakteristiku. Modul stlačiteľnosti podložia závisí na mnohých parametroch, ako napr. na materiálových vlastnostiach podložia, pôdorysných rozmeroch nosníka a. i. Skúsenosti zo stavebníctva ukazujú, že jeho hodnota závisí tiež na ročnom období. Najväčšie hodnoty nadobúda v zime a najmenšie na jar. Z uvedeného je zrejmé, že tento modul má značný rozptyl, a preto sa dá stanoviť len experimentálne.

Ďalší model podkladu je Pasternakov model [5]. Je to dvojparametrický model, ktorý má tvar:

$$q_R = k \cdot v - c_2 \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (1.5)$$

Pričom c_2 je konštanta súvisiaca s druhou deriváciou priehybu a musí sa stanoviť experimentálne. Môžeme si všimnúť, že ak za c_2 dosadíme 0 dostaneme Winklerov model podložia. Dvoj a viac parametrické modely sa používajú pre presnejšie vyjadrenie pružného

podkladu. Napríklad pridaním ďalšej konštanty c_1 do Pasternakovho modelu vznikne trojparametrický model podložia:

$$q_R = k \cdot v + c_1 \cdot \frac{dv}{dx} - c_2 \cdot \frac{d^2v}{dx^2} \quad (1.6)$$

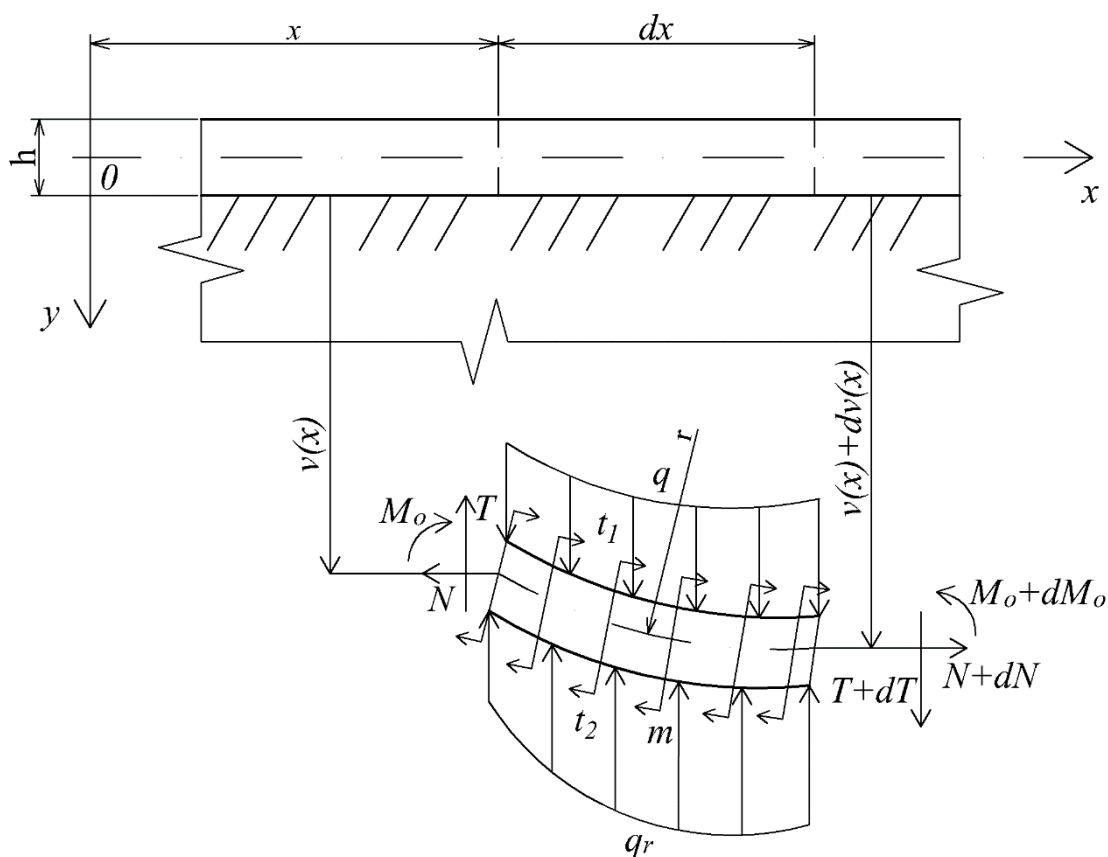
V prípade, že podložie sa chová nelineárne, sa pre popis podložia používa všeobecný model podložia popísaný všeobecnou funkciou:

$$q_R = f\left(x, v, \frac{dv}{dx}, \frac{d^2v}{dx^2}, \dots\right) \quad (1.7)$$

Toto riešenie je najpresnejšie, ale vďaka jeho zložitosti treba zvážiť, či sa oplatí s ním počítať. Vo väčšine prípadov stačí problematiku pružného podkladu zjednodušiť a použiť niektorých z predošlých modelov podložia, alebo si môžeme tiež vybrať iný existujúci model, ako napr. Filodenko – Borodičov model podložia [6], Hetényiho model podložia [7], Kerrov model podložia [8], Reissnerov model podložia [9] a. i.

1.2 DIFERENCIÁLNE ROVNICE PRIAMYCH NOSNÍKOV NA PRUŽNOM PODKLADE

Diferenciálne rovnice priehybu priamych nosníkov na pružnom podklade sú odvodené z prvej a druhej Schwedlerovej vety, vid' rovnice (1.8) a (1.9). Uvažuje sa, že normálová sila je konštantná ($dN = 0$).



Obr. 1.3 Zaťaženie úseku nosníka dĺžky dx , ktorý je uložený na pružnom podklade.

$$\frac{dT}{dx} = q_R - q \quad (1.8)$$

$$\frac{dM_o}{dx} = T + m \quad (1.9)$$

S využitím Winklerovho vzťahu, Schwedlerových viet a po derivácii sa dostane vzťah:

$$\frac{dM_o^2}{dx^2} = \frac{dT}{dx} + \frac{dm}{dx} = \frac{dm}{dx} + k \cdot v - q \quad (1.10)$$

Krivosť priehybovej čiary nosníka môžeme definovať výrazom:

$$\frac{1}{r} \approx \frac{d^2v}{dx^2} \quad (1.11)$$

Diferenciálna rovnica priehybovej čiary nosníka je:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M_o}{E \cdot J_{ZT}} - \frac{\beta}{G \cdot S} \cdot \frac{dT}{dx} - \frac{\alpha_t \cdot (t_2 - t_1)}{h} \quad (1.12)$$

Všeobecná diferenciálna rovnica staticky zaťaženého nosníka má tvar:

$$\begin{aligned} \frac{d^4v}{dx^4} - \frac{N}{E \cdot J_{ZT}} \cdot \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{\beta}{G \cdot S} \cdot \frac{d^2q_R}{dx^2} + \frac{q_R}{E \cdot J_{ZT}} \\ = \frac{1}{E \cdot J_{ZT}} \left(q - \frac{dm}{dx} \right) + \frac{\beta}{G \cdot S} \cdot \frac{d^2q}{dx^2} - \frac{\alpha_t}{h} \cdot \frac{d^2(t_2 - t_1)}{dx^2} \end{aligned} \quad (1.13)$$

1.2.1 Diferenciálna rovnica priamych nosníkov bez uvažovania vplyvu normálových síl, posúvajúcich síl a oteplenia

Pri zanedbaní normálových síl, posúvajúcich síl a oteplenia, počítame len s ohybovou zložkou a následne z rovnice (1.12) dostávame vzťah:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M_o}{E \cdot J_{ZT}} \quad (1.14)$$

Dvojnásobnou deriváciou sa získa:

$$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4v}{dx^4} + \frac{d^2M_o}{dx^2} = 0 \quad (1.15)$$

S využitím predchádzajúceho vzťahu (1.10) a po úprave sa dostane diferenciálna rovnica nosníka:

$$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4v}{dx^4} + k \cdot v = q - \frac{dm}{dx} \quad (1.16)$$

Riešenie diferenciálnej rovnice je uvedené v tab. 1.1.

Vlnový parameter nosníka, ktorý je potrebný vo výpočtoch je:

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (1.17)$$

Nehomogénna rovnica: $E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + k \cdot v = q_0$	$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$	$m = 0$	$q = q_0$
$v = e^{\omega \cdot x} \cdot [A_1 \cdot \cos(\omega \cdot x) + A_2 \cdot \sin(\omega \cdot x)] + e^{-\omega \cdot x} \cdot [A_3 \cdot \cos(\omega \cdot x) + A_4 \cdot \sin(\omega \cdot x)] + \frac{q_0}{k}$			
$\frac{dv}{dx} = \omega \cdot (e^{\omega \cdot x} \cdot \{A_1 \cdot [\cos(\omega \cdot x) - \sin(\omega \cdot x)] + A_2 \cdot [\cos(\omega \cdot x) + \sin(\omega \cdot x)]\} + e^{-\omega \cdot x} \cdot \{A_4 \cdot [\cos(\omega \cdot x) - \sin(\omega \cdot x)] - A_3 \cdot [\cos(\omega \cdot x) + \sin(\omega \cdot x)]\})$	$\frac{d^4 v}{dx^4} = -4 \cdot \omega^4 \cdot \{e^{\omega \cdot x} \cdot [A_1 \cdot \cos(\omega \cdot x) + A_2 \cdot \sin(\omega \cdot x)] + e^{-\omega \cdot x} \cdot [A_3 \cdot \cos(\omega \cdot x) + A_4 \cdot \sin(\omega \cdot x)]\}$		
$\frac{d^2 v}{dx^2} = 2 \cdot \omega^2 \cdot \{e^{\omega \cdot x} \cdot [A_2 \cdot \cos(\omega \cdot x) - A_1 \cdot \sin(\omega \cdot x)] + e^{-\omega \cdot x} \cdot [A_3 \cdot \sin(\omega \cdot x) - A_4 \cdot \cos(\omega \cdot x)]\}$		$M_o = -E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^2 v}{dx^2}$	
$\frac{d^3 v}{dx^3} = 2 \cdot \omega^3 \cdot (e^{\omega \cdot x} \cdot \{A_2 \cdot [\cos(\omega \cdot x) - \sin(\omega \cdot x)] - A_1 \cdot [\cos(\omega \cdot x) + \sin(\omega \cdot x)]\} + e^{-\omega \cdot x} \cdot \{A_3 \cdot [\cos(\omega \cdot x) - \sin(\omega \cdot x)] + A_4 \cdot [\cos(\omega \cdot x) + \sin(\omega \cdot x)]\})$	$T = \frac{dM_o}{dx} = -E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^3 v}{dx^3}$		

Tab. 1.1 Všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice a aplikačné vzťahy pre nosník všeobecnej dĺžky (riešenie bez prídavných vplyvov oteplenia, normálových síl a posúvajúcich síl).

Nosníky majú vždy konečnú dĺžku, ale pre zjednodušenie výpočtov sa môžu v určitých úlohách nosníky zjednodušiť a počítať ako nosníky nekonečnej alebo polonekonečnej dĺžky. To či môžeme nosník zjednodušiť alebo nie, závisí na parametre $\omega \cdot L$, kde L je dĺžka nosníka.

Typ nosníka	Charakteristiky a možný postup riešenia
Krátky $\omega \cdot L \in (0; 0,6)$	Vplyv ohybu tu nie je moc podstatný, posúvajúce sily niekedy nie je možné zanedbať. Nosník môžeme považovať za absolútne tuhý.
Stredne dlhý $\omega \cdot L \in (0,6; 5)$	Sú to reálne nosníky, ktorých výpočet je zložitý, ale platí pre všetky typy nosníkov.
Dlhý (nekonečný, polonekonečný) $\omega \cdot L \in (5; \infty)$	Zaťaženie nosníka má zanedbateľný vplyv na priehyb alebo natočenie na konci nosníka. Riešenie je podstatne jednoduchšie ako u stredne dlhých nosníkov.

Tab. 1.2 Rozdelenie typov nosníkov na pružnom podklade podľa parametru $\omega \cdot L$.

1.2.2 Vplyv posúvajúcich síl na priehyb nosníka uloženého na pružnom podklade

Pôsobením posúvajúcich síl dochádza k skoseniu priečnych prierezov nosníka, čím v nosníku vzniká šmykové napätie. Najväčšie hodnoty šmykového napätia a tým aj zmeny uhlu skosenia sú v strednici nosníka. S vplyvom posúvajúcich síl na priehyb nosníka, a teda aj šmykovým napätím sa počíta hlavne pri veľmi krátkych nosníkoch. Diferenciálna rovnica zahrňujúca vplyv posúvajúcej sily a jej riešenie je uvedené v podkapitole 1.2.4.

1.2.3 Vplyv normálovej sily na priehyb nosníka uloženého na pružnom podklade

V tomto prípade má druhá Schwedlerová veta tvar:

$$\frac{dM_o}{dx} = T + m - N \cdot \frac{dv}{dx} \quad (1.18)$$

Potom pre nosníky zaťažené normálovou silou, kedy uvažujeme, že spojité zaťaženie q je konštantné, spojito rozložený moment $m = 0$ a posúvajúce sily a priečne oteplenie sú zanedbateľné má diferenciálna rovnica tvar:

$$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} - N \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} + k \cdot v = q \quad (1.19)$$

Riešenie tejto rovnice a jeho aplikačné vzťahy sú uvedené v tabuľke 1.4

Z praktických dôvodov sa zavádza sedem základných variant riešenia diferenciálnej rovnice, ktoré sú definované podľa veľkosti a smeru normálovej sily.

	Prípad	Normálová sila N [N]	Štyri korene charakteristickej rovnice [m^{-1}]	
Ohyb a ťah	3.	$N > 2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}}$	Reálne:	$\bar{\omega}_{1,2} = \pm \omega_R, \bar{\omega}_{3,4} = \pm \omega_{R2}$
	2.	$N = 2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}}$		$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm \omega_R = \pm \sqrt{2} \cdot \omega$
	1.	$2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}} > N > 0$	Komplexné:	$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm \omega_R \pm j \cdot \omega_I$
	0.	$N = 0$		$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm \omega \pm j \cdot \omega$
Ohyb a tlak	4.	$-2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}} < N < 0$		$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm \omega_I \pm j \cdot \omega_R$
	5.	$N = -2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}}$	Imaginárne:	$\bar{\omega}_{1,2,3,4} = \pm j \cdot \omega_R = \pm j \cdot \sqrt{2} \cdot \omega$
	6.	$N < -2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}}$		$\bar{\omega}_{1,2} = \pm j \cdot \omega_R, \bar{\omega}_{3,4} = \pm j \cdot \omega_{R2}$

Tab. 1.3 Vplyv normálovej sily na ohyb nosníka na pružnom podklade.

Vlnové parametre sú (1.17) a rovnice:

$$\omega_R = \sqrt{\omega^2 + \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (1.20)$$

$$\omega_I = \sqrt{\omega^2 - \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (1.21)$$

$$\omega_{R2} = \sqrt{\frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}} - \omega^2} \quad (1.22)$$

Medzi vlnovými parametrami existujú nasledujúce vzťahy:

$$\omega_R^2 + \omega_I^2 = 2 \cdot \omega^2 \quad (1.23)$$

$$\omega_R^2 - \omega_I^2 = \frac{|N|}{2 \cdot E \cdot J_{ZT}} \quad (1.24)$$

Nehomogénna diferenciálna rovnica: $E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} - N \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} + k \cdot v = q_0$		
$\omega_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{N \pm \sqrt{N^2 - 4 \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}}{2 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$	$v = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x} + \frac{q_0}{k}$	$N > 0$ pre ťahové zaťaženie, $N < 0$ pre tlakové zaťaženie
$\frac{dv}{dx} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$\frac{d^2 v}{dx^2} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^2 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$\frac{d^3 v}{dx^3} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^3 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$
$\frac{d^4 v}{dx^4} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^4 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$M_o = -E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^2 v}{dx^2}$	$T = N \cdot \frac{dv}{dx} - E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^3 v}{dx^3}$

Tab. 1.4 Všeobecné riešenie a aplikačné vzťahy pre nosník všeobecnej dĺžky, ktorý je zaťažený konštantným spojitým zaťažením q_0 (riešenie rešpektuje vplyv normálovej sily pri ohybe).

V prípade, že na nosník pôsobí tlaková normálová sila, sa môže stať, že dôjde k strate stability nosníka a ten sa začne samovoľne stále viac a viac prehýbať. Toto nastane v tom prípade, ak $N > F_{krit}$. Sila F_{krit} sa volá kritická sila. Pokiaľ sa $N = F_{krit}$ nastáva indiferentný stav. Indiferentný stav sa rovnako ako aj nestabilný stav považuje za neprípustný, pretože v týchto prípadoch dochádza k zrúteniu celej konštrukcie. Stabilita tvaru je veľmi zložitý problém a analyticky sa dajú riešiť len jednoduché typy úloh. Kontrola na stabilitu tvaru má význam pri riešení 4. až 6. prípadu zaťaženia, kedy normálová sila N je tlaková. Je logické, že ťahová sila väčšinou znižuje veľkosť maximálneho ohybového momentu, ako aj veľkosť maximálneho priehybu nosníka. Oproti tomu tlaková sila má presne opačný účinok. Táto sila zvyšuje ako veľkosť maximálneho momentu, tak aj veľkosť maximálneho priehybu.

1.2.4 Riešenie diferenciálnej rovnice nosníka uloženého na pružnom podklade zaťaženého vplyvom normálových síl, oteplenia a posúvajúcich síl

Pri úlohách kedy vplyv normálových síl, oteplenia a posúvajúcich síl je natoľko značný, že ich zanedbaním by bol výpočet podstatne skreslený, musia sa do výpočtu zahrnúť aj tieto zložky.

Pokiaľ na nosník pôsobí konštantné spojitý zaťaženie $q = q_0$, konštantný spojitý rozložený moment $m = m_0$ a konštantné oteplenie $t_2 - t_1 = \alpha_{t0}$, nehomogénna diferenciálna rovnica má potom tvar:

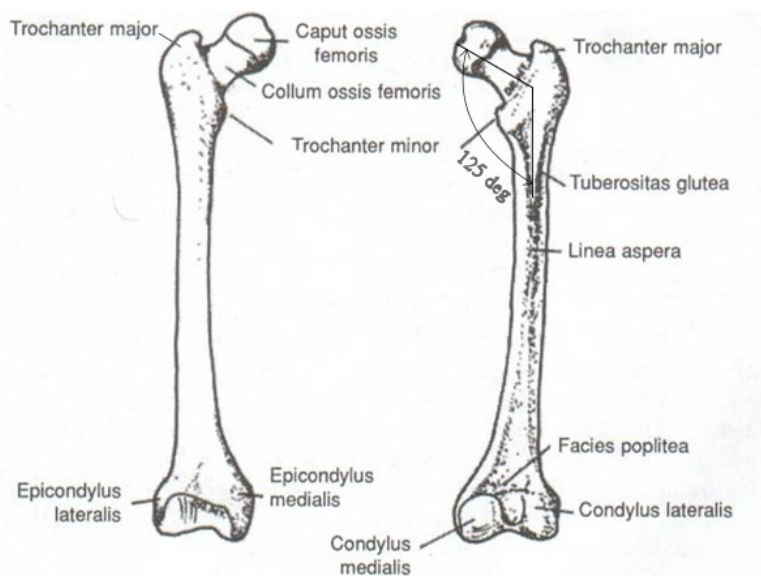
$$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + \left(\frac{\beta \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}{G \cdot S} - N \right) \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} + k \cdot v = q_0 \quad (1.25)$$

Jej riešenie je:

Nehomogénna diferenciálna rovnica: $E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + \left(\frac{\beta \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}{G \cdot S} - N \right) \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} + k \cdot v = q_0$			
$\omega_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{N - \frac{\beta \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}{G \cdot S} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}{G \cdot S} - N \right)^2 - 4 \cdot k \cdot E \cdot J_{ZT}}}{2 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$			$N > 0$ pre ťahové zaťaženie, $N < 0$ pre tlakové zaťaženie
$v = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x} + \frac{q_0}{k}$	$\frac{dv}{dx} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$\frac{d^2 v}{dx^2} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^2 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	
$\frac{d^3 v}{dx^3} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^3 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$M_o = -E \cdot J_{ZT} \cdot \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\alpha_t \cdot \alpha_{t0}}{h} \right)$	$\frac{dm}{dx} = 0$	$\frac{dq}{dx} = 0$
$\frac{d^4 v}{dx^4} = \sum_{i=1}^4 A_i \cdot \bar{\omega}_i^4 \cdot e^{\bar{\omega}_i \cdot x}$	$T = N \cdot \frac{dv}{dx} - E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^3 v}{dx^3} - m_0$	A_i sú integračné konštanty	

Tab. 1.5 Všeobecné riešenie nosníka, na ktorý pôsobí konštantné spojité zaťaženie q_0 , konštantná intenzita momentu m_0 a konštantný teplotný spád $t_2 - t_1 = \alpha_{t0}$.

2. ZLOMENINA PROXIMÁLNEHO FEMURU



Obr. 2.1 Femur © www.yavuzyilmazbiz.blogspot.sk

Femur je najdlhšia a najsilnejšia kosť v ľudskom tele. Do kĺbovej jamky bedrového kĺbu na panvovej kosti femur zapadá guľovitou hlavicom (caput femoris). Hlavicu s telom femuru spája krčok (collum femoris), ktorý zvierá u dospelého človeka so stehnovou kosťou kolodiaľový uhol, jeho veľkosť je približne 125°. Nad krčkom je vytvorený veľký chocholík (trochanter major), pod krčkom je malý chocholík (trochanter minor). Dolný koniec femuru sa rozširuje do dvoch kĺbových hrboľov (kondylov), ktoré tvoria hlavicu kolenného kĺbu.

Zlomeniny proximálneho femuru patria k najčastejším diagnózam ortopedickej a traumatologickej praxe. Zlomeniny tohto typu sú veľmi nebezpečné. So zlomeninami

proximálneho femuru často súvisia ďalšie závažné komplikácie, čo pacientom sťažuje liečbu už tak závažného zranenia. U starších pacientov je toto zranenie spojené s relatívne vysokou mortalitou. Zlomenina proximálneho femuru postihuje dva typy pacientov. Prvú, menšiu skupinu tvoria predovšetkým mladí ľudia, kedy na kosť pôsobí nadmerne veľká sila, pod ktorou sa kosť následne zlomí. K takýmto úrazom dochádza hlavne pri dopravnej nehode alebo pri športe. Druhú, väčšiu skupinu tvoria ľudia vyššieho veku nad 70 rokov. Väčšina týchto pacientov sú ženy, čo súvisí s osteoporózou, ktorá je problémom hlavne ženskej populácie. Pre túto skupinu ľudí pri vzniku zlomeniny netreba na kosť pôsobiť veľkou silou, väčšinou ide o obyčajný pád, ktorý kosť nevydrží a dôjde k zlomenine, tiež dochádza k únavovým zlomeninám kedy kosť nevydrží obyčajné zaťaženie, napríklad chôdzu po schodoch.

Zlomeniny proximálneho femuru delíme na tri typy: zlomeniny hlavice, zlomeniny krčka femuru a zlomeniny trochanterické.

Zlomeniny hlavice sú najmenej sa vyskytujúci typ tohto zranenia. Vznikajú vysoko energetickým násilím a postihujú predovšetkým mladých pacientov.

Zlomeniny krčka femuru sa delia na intrakapsulárne, s ktorými súvisia komplikácie, predovšetkým avaskulárna nekróza hlavice a extrakapsulárne, predstavujúce prechod k trochanterickým zlomeninám. Intrakapsulárne zlomeniny sa ešte delia na subkapitálne a mediocervikálne zlomeniny. Subkapitálna zlomenina sa tvorí tesne pod kĺbovou plochou hlavice femuru. Mediocervikálna zlomenina prechádza cez kĺčok femuru medzi chocholíkmi (trochanterami). Extrakapsulárna zlomenina prechádza tesne nad intertrochanterickou líniou na báze krčka femuru.

Trochanterické zlomeniny sa delia na petrochanterické a intertrochanterické. Tieto zlomeniny majú veľmi dobrú hojivosť. Lúnia petrochanterickej zlomeniny prechádza trochanterickým masívom. Intertrochanterická zlomenina sa tvorí medzi veľkým a malým trochanterom.

2.1 LIEČBA ZLOMENINY PROXIMÁLNEHO FEMURU

Liečba zlomeniny krčka femuru závisí predovšetkým od veku pacienta a od jeho celkového stavu (fyzického aj psychického). U mladších pacientov sa predovšetkým snaží zachrániť bedrový kĺb, u starších pacientov ide hlavne o záchranu života. U zlomenín proximálneho femuru sa pristupuje k dvom metódam liečby tohto poranenia a to buď ku konzervatívnemu liečeniu, alebo k operačnej liečbe.

Konzervatívny spôsob liečby zlomeniny proximálneho femuru sa delí na indikovanú a paliatívnu liečbu. K indikovanej liečbe sa pristupuje v prípade stabilných zaklinených zlomenín krčka femuru. Pri tejto liečbe sa zlomenina iba zafixuje sadrovým obvazom alebo ortézou. K paliatívnej konzervatívnej liečbe sa pristupuje vtedy, ak nie je z nejakých príčin možné pristúpiť k operačnej liečbe. Pri konzervatívnej liečbe je nutné sledovať stav hojenia pravidelnými RTG kontrolami.

Operačný spôsob liečenia zlomeniny stehennej kosti sa delí na osteosyntézu a použitie endoprotézy. Endoprotéza má v prípade starších ľudí nižšie riziko komplikácií a lepšie funkčné výsledky ako osteosyntéza, preto sa k tejto metóde liečby pristupuje hlavne u pacientov nad 70 rokov. Endoprotéza sa delí na povrchovú, cervikokapitálnu, totálnu a anatomickú. U povrchovej endoprotézy sa nahradí len povrchová časť hlavice femuru, ktorá je v kontakte

s acetabulom. Používa sa pri zlomeninách hlavice femuru. Cervikokapitálna endoprotéza nahrádza celú hlavicu femuru, je jednoduchšia ako totálna náhrada, ktorá nahrádza tiež celú hlavicu, ale aj acetabulum. Preto cervikokapitálna endoprotéza predstavuje menej zaťažujúci výkon pre pacienta. Jej životnosť je ale nižšia v porovnaní s totálnou náhradou, a preto sa aplikuje hlavne u pacientov nad 80 rokov, u ktorých sa predpokladajú minimálne funkčné nároky na bedrový kĺb. Totálna náhrada je náročnejšia na výkon, má však lepšiu dlhodobú funkčnosť, a preto sa aplikuje pacientom nad 65 rokov. Cervikokapitálna aj totálna endoprotéza sa používajú pri zlomenine krčka femuru. K anatomickej endoprotéze sa pristupuje v prípade, ak je poškodená aj časť stehennej kosti, pretože táto metóda endoprotézy čiastočne nahrádza aj stehennú kosť. V tejto práci je riešený problém osteosyntézy zlomeniny proximálneho femuru, preto je táto metóda liečby prebraná v samostatnom odstavci.

Osteosyntéza sa aplikuje pri pacientoch pod vekovou hranicou 60 – 70 rokov, pokiaľ to ich zdravotný stav dovoľuje. Pri osteosyntéze ide o spojenie kostných fragmentov kovovými implantátmi. Pri zlomenine krčku femuru sa využívajú dve alebo tri ťahové femorálne špongiózne skrutky, alebo u bázocervikálnych zlomenín DHS (dynamic hip screw, dynamická bedrová skrutka, alebo tiež klzná skrutka) eventuálne s antirotačnou skrutkou. Čím laterálnejšia je na krčku lomová línia, tým lepší predpoklad hojenia a nižšie riziko avaskulárnej nekrózy. Dĺžka skrutky sa volí tak, aby jej koniec bol čo najbližšie subchondrálnej kosti, ktorá je pevnejšia než spongióza v krčku a stredu hlavice. Ich zavádzanie sa kontroluje pod rtg v AP i axiálnej projekcii, aby nedošlo k poškodeniu kĺbovej plochy. Aj cez dobrý lekársky postup, niekedy dochádza k vzniku avaskulárnej nekrózy, bedro je potom indikované k extrakcií kovov a kĺbovej náhrade (aloplastike).



Obr. 2.2 Osteosyntéza dislokovanej zlomeniny krčku femuru pomocou troch femorálnych skrutiek rovnakej dĺžky © www.healio.com

V súčasnosti má medicína v probléme osteosyntézy zlomeniny proximálneho femuru rôzne nevyriešené otázky. Napríklad či sa majú používať dve alebo tri skrutky pri osteosyntéze tejto zlomeniny, o čom pojednáva napr. literatúra [13]. Ďalšou diskutovanou otázkou je, aký je najlepší smer aplikácie skrutiek, napr. Filipov prišiel na novú metódu zavedenia skrutiek, vid'

literatúra [14], [15]. Tiež sa rieši otázka či používať pri osteosyntéze femorálne skrutky alebo radšej DHS o čom pojednáva napr. štúdia [16].

2.1.1 Komplikácie zlomeniny proximálneho femuru

Avaskulárna nekróza vzniká v dôsledku prerušenia cievneho zásobenia kosti. V dôsledku toho dochádza k odumretiu buniek kostných elementov, čím dochádza ku kostnej deštrukcii, čo spôsobuje bolesť a poruchu funkcie kĺbu. Môže sa prejavovať po niekoľkých mesiacoch, ale aj za niekoľko rokov.

Pseudoartróza (paklb) je stav, kedy nedochádza k zhojeniu zlomeniny ani po dvojnásobne dlhšej dobe hojenia ako je bežné. Pseudoartróza vzniká hlavne zle zafixovanou zlomeninou alebo zlým zásobením a výživou kosti, ktoré sú potrebné k dobrému zhojeniu fraktúry. Paklb je v súčasnosti už zriedkavá komplikácia hojenia zlomenín, vďaka stále modernejším prístupom liečby.

U zlomenín proximálneho femuru sa často objavujú aj nešpecifické komplikácie, ako napr. zápal pľúc, močové infekcie, dekubity (preležaniny) apod. Tieto komplikácie sú spojené s tým, že pacient počas doby hojenia je pripútaný k lôžku s minimálnym pohybom.

3. VÝPOČTOVÝ MODEL FEMORÁLNYCH SKRUTIEK

3.1 ÚVOD A SÚČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

Pri osteosyntéze zlomeniny proximálneho femuru sa používajú rôzne druhy femorálnych skrutiek, napr. paralelné femorálne skrutky, DHS skrutky a. i. Pri riešení osteosyntézy pomocou rôzneho typu skrutiek sa musí vytvoriť výpočtový model, pomocou ktorého získame prijateľné výsledky. Výpočtový model sa dá zostaviť pomocou rôznych prístupov.

Problematika zlomeniny proximálneho femuru sa v súčasnosti rieši rôznymi spôsobmi. Jedným z nich je vykonanie vhodného experimentu, ktorý nám podá vhodné požadované výsledky. Experimenty by mali pri dodržaní všetkých podmienok, dostatočnej presnosti výsledkov a vhodnej metodiky meraní dávať najpresnejšie výsledky. V praxi sa však občas stáva, že dodržanie všetkých zásad je niekedy príliš zložité a aj pri dostatočnom snažení nám experiment môže podávať chybné výsledky. Experimenty skúmajúce zlomeniny a osteosyntézu proximálneho femuru môžeme napríklad rozdeliť podľa použitého modelu kosti. Prvý spôsob je, že na základe meraní kostnej štruktúry, stavby a zloženia kosti môžeme vytvoriť syntetickú (umelú) kosť, na ktorej následne vykonávame potrebné experimenty, vid' lit. [17], [18]. Ďalší spôsob získania modelu kosti je použitie skutočnej ľudskej kosti, ktorá by mala byť samozrejme najlepším modelom, ktorý poskytuje najrealistickejšie výsledky. Problémom je získanie tohto modelu. Experimenty prevedené na ľudskom femure si môžete pozrieť v lit. [19].

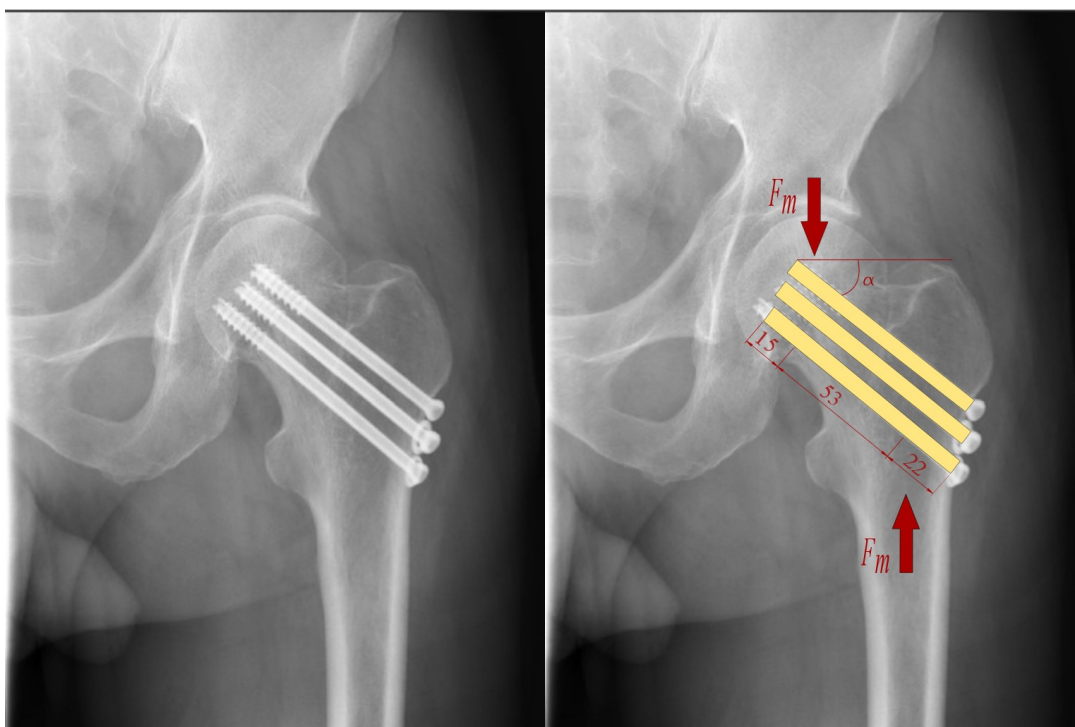
Ďalším možným riešením problému zlomeniny krčka femuru je použitie konečnoprvkového 3D modelu. Pri tomto riešení je hlavné vytvoriť správny 3D model, ktorý bude dostatočne presne nahrádzať skutočnú kosť. Treba si uvedomiť, že kosť nie je izotropný materiál. Tento fakt sa dá vyriešiť napríklad tým, že použijeme na kosti viac druhov materiálov (kosť bude po častiach izotropný materiál). V lit. [20] môžete vidieť kosť, ktorej sú priradené dva materiály. Jeden pre tvrdšiu kortikálnu časť femuru a druhý pre trabekulárnu časť femuru. Problém použitia vhodného materiálu sa tiež dá vhodne riešiť v programe Mimics, kde by kosť

bola rozdelená na mnoho izotropných materiálov na základe jej hustoty. Dôležitou časťou pri výpočte konečnoprvkového modelu je tiež vytvorenie dostatočne kvalitnej siete, vďaka ktorej dostaneme hodnoverné výsledky. Dôležité je tiež zvoliť vhodné okrajové podmienky, zlá voľba okrajových podmienok nám znehodnotí výsledky. Ďalšie riešenie pomocou konečnoprvkového modelu môžete vidieť v lit. [21], [22]. V tejto práci je na záver spočítaný zjednodušený model osteosyntézy zlomeniny krčka stehennej kosti, kde sa uvažuje izotropný materiál femuru.

Problémom osteosyntézy zlomeniny femuru sa v súčasnosti zaoberá Dr. O. Filipov. Filipov navrhol nový model riešenia osteosyntézy fraktúry krčka femur. Jeho riešenie spočíva v tom, že skrutky sú vo femure umiestnené tak, že sú podporované tvrdou kortikálnou časťou krčka femuru. Interakciu skrutiek so zvyškom kosti už neuvažuje. Výsledkom je to, že skrutky rieši ako nosník s previsnutým koncom uloženým na dvoch podporách, vid' lit. [14], [15].

3.2 FEMORÁLNA SKRUTKA AKO NOSNÍK NA PRUŽNOM PODKLADE

Cieľom tejto práce je spraviť pevnostnú a tuhostnú analýzu femorálnych skrutiek. Predmetom riešenia je osteosyntéza zlomeniny krčka femuru pomocou troch femorálnych skrutiek rovnakej dĺžky, ktoré sú aplikované pod uhlom $\alpha = 50^\circ$. Pre jednoduchý výpočet je použitá teória nosníka na pružnom podklade, vid' obr. 3.1.



Obr. 3.1 Femorálne skrutky zobrazené ako nosníky na pružnom podklade.

Z obr. 3.1 je vidieť, že femorálne skrutky sú nahradené tromi rovnobežnými nosníkmi rovnakej dĺžky na pružnom podklade, ktoré sú zaťažené silou F_m . Predpokladáme, že pružný podklad vhodne nahrádza uloženie skrutky v kosti. Vďaka tejto náhrade dosiahneme, že výpočet je dostatočne presný a aj relatívne jednoduchý.

Predpokladá sa, že celková hmotnosť pacienta je 120 kg. Ďalej, že stojí na jednej končatine, čo je maximálne zaťaženie postihnutej oblasti, vid' obr. 3.2.



Obr. 3.2 Maximálne zaťaženie dolnej končatiny.

Celá dolná končatina má približne hmotnosť 18,6% z hmotnosti celého tela. Z toho je zreteľné, že zvyšná hmotnosť tela musí byť 81,4% z hmotnosti pacienta. Touto hmotnosťou je zaťažená pacientova končatina, ktorá je predmetom riešenia, čo je vo výpočte zohľadnené koeficientom $k_m = 0,814$.

Uvažovaná končatina nemusí byť zaťažená len vlastnou váhou pacienta, ale pri pohybe môžu vznikať rôzne dynamické deje, ako napr. skok, pád, beh a pod. Preto sa vo výpočte zohľadňujú tieto dynamické deje koeficientom $k_{dyn} = 1,4$, ktorý uvažuje zvýšenie hmotnosti pacienta o 40%.

Pre výslednú silu, ktorou je zaťažený kĺb femuru, teda pre silu, ktorá zaťažuje femorálne skrutky (nosníky) platí vzťah:

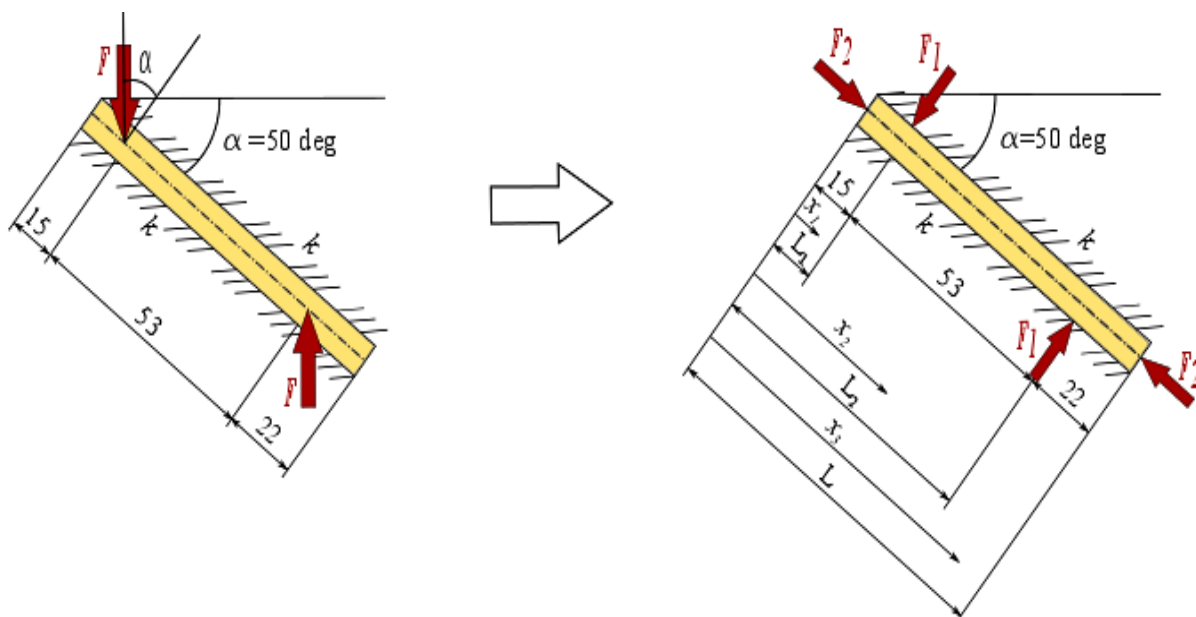
$$F_m = m_t \cdot g \cdot k_m \cdot k_{dyn} = 120 \cdot 9,807 \cdot 0,814 \cdot 1,4 = 1341,13 \text{ N} \quad (3.1)$$

Horná sila F_m pôsobí približne v strede hlavice femuru (v caput femoris) a spodná pôsobí v ose femuru, vid' obr. 3.1.

Zo zadanej úlohy, kedy uvažujeme, že skrutky sú rovnobežné a sú rovnakej dĺžky sa v prvotnom priblížení môže predpokladať rovnomerné rozloženie sily F_m na jednotlivé skrutky. Preto pre silu F , pôsobiacu na jednu skrutku (nosník), platí vzťah (3.2), kde koeficient n zohľadňuje počet skrutiek.

$$F = \frac{F_m}{n} = \frac{1341,13}{3} = 447,04 \text{ N} \quad (3.2)$$

Silu F môžeme rozložiť na dve zložky. Na silu F_1 , ktorá je kolmá k ose nosníka a na tlakovú silu F_2 , ktorá pôsobí v ose nosníka, vid' obr. 3.3.



Obr. 3.3 Zaťaženie skrutky ako nosník na pružnom podklade.

Sily F_1 a F_2 sa dajú vyjadriť cez uhol $\alpha = 50^\circ$ vyjadrujúci sklon sily F ku kolmici osi skrutky.

$$F_1 = F \cdot \cos(\alpha) = 447,04 \cdot \cos(50) = 287,35 \text{ N} \quad (3.3)$$

$$F_2 = F \cdot \sin(\alpha) = 447,04 \cdot \sin(50) = 342,45 \text{ N} \quad (3.4)$$

Vo výpočtoch je použitá femorálna skrutka dĺžky 90 mm, ktorá sa bežne používa pri liečbe zlomeniny proximálneho femuru. Na skrutku pôsobia axiálne sily F_2 , ktorých pôsobisko je na oboch koncoch nosníka. Pôsobisko síl F_1 je vo vzdialenosti 15 mm a 22 mm od koncov nosníka, viď obr. 3.3.

Predpokladá sa, že medzi oboma zlomenými fragmentami je primárny prítlak, ktorý vyvoláva dotiahnutie skrutiek pri správne vykonanej operácii.

Skrutka v kosti je nahradená nosníkom, ktorý je uložený na pružnom podklade. Pružný podklad musí dostatočne približovať vlastnosti a správanie kosti. Toto charakterizuje koeficient stlačiteľnosti podložia k , ktorého hodnota je vo výpočtoch stanovená len odhadom, tak aby deformácie skrutiek v kosti približne odpovedali reálnej deformácií.

4. ZOSTAVENIE MODELU VÝPOČTU PRIEHYBU A NAPÄTIA SKRUTKY

Nosník je namáhaný kombináciou ohybu a tlaku, a preto je úloha riešená ako úloha nosníka na pružnom podklade podľa teórie 2. rádu. Vo výpočtoch sa teda zohľadňujú priečne sily a aj axiálne sily, ktoré vplývajú na ohyb. Pri malých deformáciách sa normálová sila väčšinou zanedbáva, ale pre presnejší výpočet je vhodné ju do výpočtu zahrnúť. Z tohto dôvodu je teória 2. rádu v nasledujúcich výpočtoch použitá. Vzorec pre tento výpočet je vo všeobecnom tvare odvodený v literatúre [1] až [3]. Z neho plynú nasledujúce vzťahy z tab. 4.1.

Nosník je rozdelený na tri úseky a preto vzniknú tri homogénne diferenciálne rovnice tvaru:

$$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v_i}{dx_i^4} - N \cdot \frac{d^2 v_i}{dx_i^2} + k \cdot v_i = 0 \quad (4.1)$$

a to na úsekoch $x_1 \in (0; L_1)$, $x_2 \in (L_1; L_2)$, $x_3 \in (L_2; L)$ vid' obr.3.3.

Homogénna diferenciálna rovnica:			
$E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^4 v_i}{dx_i^4} - N \cdot \frac{d^2 v_i}{dx_i^2} + k \cdot v_i = 0$			
$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$	$\omega_R = \sqrt{\omega^2 + \frac{ N }{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$	$\omega_I = \sqrt{\omega^2 - \frac{ N }{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}}$	$i = 1, 2, 3$
$-2 \cdot \sqrt{k \cdot E \cdot J_{ZT}} < N < 0$	$E \cdot J_{ZT} = \frac{k}{4 \cdot \omega^2} = -\frac{N}{2 \cdot (\omega_R^2 - \omega_I^2)}$		A_{1i} až A_{4i} sú integračné konštanty
$v_i = e^{\omega_I x_i} \cdot [A_{1i} \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) + A_{2i} \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)] + e^{-\omega_I x_i} \cdot [A_{3i} \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) + A_{4i} \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)]$			
$\frac{dv_i}{dx_i} = e^{\omega_I x_i} \cdot \{A_{1i} \cdot [\omega_I \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) - \omega_R \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)] + A_{2i} \cdot [\omega_I \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i) + \omega_R \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i)]\} + e^{-\omega_I x_i} \cdot \{A_{4i} \cdot (\omega_R \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) - \omega_I \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)) - A_{3i} \cdot (\omega_I \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) + \omega_R \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i))\}$			
$\frac{d^2 v_i}{dx_i^2} = A_{1i} \cdot e^{\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^2 - \omega_R^2) \cdot \cos \omega_R \cdot x_i - 2 \cdot \omega_R \cdot \omega_I \cdot \sin \omega_R \cdot x_i] + A_{2i} \cdot e^{\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^2 - \omega_R^2) \cdot \sin \omega_R \cdot x_i + 2 \cdot \omega_R \cdot \omega_I \cdot \cos \omega_R \cdot x_i] + A_{3i} \cdot e^{-\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^2 - \omega_R^2) \cdot \cos \omega_R \cdot x_i + 2 \cdot \omega_R \cdot \omega_I \cdot \sin \omega_R \cdot x_i] + A_{4i} \cdot e^{-\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^2 - \omega_R^2) \cdot \sin \omega_R \cdot x_i - 2 \cdot \omega_R \cdot \omega_I \cdot \cos \omega_R \cdot x_i]$			
$\frac{d^3 v_i}{dx_i^3} = A_{1i} \cdot e^{\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^3 - 3 \cdot \omega_I \cdot \omega_R^2) \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) + (\omega_R^3 - 3 \cdot \omega_R \cdot \omega_I^2) \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)] + A_{2i} \cdot e^{\omega_I x_i} \cdot [(\omega_I^3 - 3 \cdot \omega_I \cdot \omega_R^2) \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i) - (\omega_R^3 - 3 \cdot \omega_R \cdot \omega_I^2) \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i)] + A_{3i} \cdot e^{-\omega_I x_i} \cdot [(\omega_R^3 - 3 \cdot \omega_R \cdot \omega_I^2) \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i) + (3 \cdot \omega_I \cdot \omega_R^2 - \omega_I^3) \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i)] + A_{4i} \cdot e^{-\omega_I x_i} \cdot [(3 \cdot \omega_I \cdot \omega_R^2 - \omega_I^3) \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i) + (3 \cdot \omega_R \cdot \omega_I^2 - \omega_R^3) \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i)]$			
$T_i = N \cdot \frac{dv_i}{dx_i} - E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{d^3 v_i}{dx_i^3} = \frac{N \cdot (\omega_R^2 + \omega_I^2)}{2 \cdot (\omega_R^2 - \omega_I^2)} \cdot e^{\omega_I x_i} \cdot \{[A_{2i} \cdot \{\omega_R \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) - \omega_I \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)\}] - A_{1i} \cdot [\omega_R \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i) + \omega_I \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i)]\} + e^{-\omega_I x_i} \cdot \{[A_{4i} \cdot \{\omega_I \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) - \omega_R \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)\}] + A_{3i} \cdot [\omega_R \cdot \cos(\omega_R \cdot x_i) + \omega_I \cdot \sin(\omega_R \cdot x_i)]\}$			$M_{oi} = -E \cdot J_{ZT} \cdot \frac{dv_i}{dx_i}$

Tab. 4.1 Aplikácie vzťahy pre nosník na pružnom podklade pre 4. prípad zaťaženia normálovou silou.

Pri riešení troch diferenciálnych rovníc sa objavuje 12 neznámych integračných konštánt A_{1i} až A_{4i} , ktoré je nutné vypočítať. Pre výpočet týchto konštánt je potrebných 12 okrajových podmienok uvedených v rovniciach (4.2) až (4.13).

1. a 2. okrajová podmienka, sú podmienky nulového momentu a posúvajúcej sily na začiatku nosníka.

$$M_{o1}(x_1 = 0) = 0 \quad (4.2)$$

$$T_1(x_1 = 0) = 0 \quad (4.3)$$

3. až 6. okrajová podmienka, sú podmienky prechodu v mieste $x_1 = x_2 = L_1$.

$$M_{o1}(x_1 = L_1) = M_{o2}(x_2 = L_1) \quad (4.4)$$

$$v_1(x_1 = L_1) = v_2(x_2 = L_1) \quad (4.5)$$

$$\frac{dv_1}{dx_1}(x_1 = L_1) = \frac{dv_2}{dx_2}(x_2 = L_1) \quad (4.6)$$

$$T_1(x_1 = L_1) - T_2(x_2 = L_1) = F_1 \quad (4.7)$$

7. až 10. okrajová podmienka, sú podmienky prechodu v mieste $x_2 = x_3 = L_2$.

$$M_{o2}(x_2 = L_2) = M_{o3}(x_3 = L_2) \quad (4.8)$$

$$v_2(x_2 = L_2) = v_3(x_3 = L_2) \quad (4.9)$$

$$\frac{dv_2}{dx_2}(x_2 = L_2) = \frac{dv_3}{dx_3}(x_3 = L_2) \quad (4.10)$$

$$T_2(x_2 = L_2) - T_3(x_3 = L_2) = -F_1 \quad (4.11)$$

11. a 12. okrajová podmienka, sú podmienky nulového momentu a posúvajúcej sily na konci nosníka.

$$M_{o3}(x_3 = L) = 0 \quad (4.12)$$

$$T_3(x_3 = L) = 0 \quad (4.13)$$

Z týchto okrajových podmienok po dosadení do vzťahov z tab. 4.1 a po úprave sa získa sústava dvanástich rovníc o dvanástich neznámych.

$$[M] \cdot \{A\} = \{B\} \quad (4.14)$$

Matica $[M]$ je zapísaná pomocou submatic $[M_1]$ až $[M_4]$.

$$[M] = [[M_1] \ [M_2] \ [M_3] \ [M_4]]$$

Kde jednotlivé submatice $[M_1]$ až $[M_4]$ sú uvedené v Prílohe A. Rovnako aj vektory $\{A\}$ a $\{B\}$ sú zapísané v Prílohe A.

Zo sústavy (4.14), ktorú upravíme na tvar (4.15) dostaneme neznáme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} .

$$\{A\} = [M]^{-1} \cdot \{B\} \quad (4.15)$$

5. VÝPOČET PLNÝCH OCEĽOVÝCH FEMORÁLNYCH SKRUTIEK

5.1 PLNÁ OCEĽOVÁ SKRUTKA DĹŽKY 90 mm S PLNÝM PRIEREZOM DRIEKU 4,5 mm VYROBENÁ Z NEREZOVEJ OCELI

Zadané hodnoty: priemer drieku $D = 0,0045 \text{ m}$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $k = 2 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, $L_1 = 0,015 \text{ m}$, $L_2 = 0,068 \text{ m}$, $L = 0,09 \text{ m}$, sila $F_1 = 287,4 \text{ N}$ a sila $F_2 = 342,5 \text{ N}$, pre nosník na obr. 3.3. Sily F_1 a F_2 vznikli rozkladom sily F pôsobiacej pod uhlom $\alpha = 50^\circ$, vid' rovnice (3.3) a (3.4).

Dopočítané ostatné potrebné parametre:

$$J_{ZT} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot 0,0045^4}{64} = 2,01289 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4 \quad (5.1)$$

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 10^7}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}} = 32,978636 \text{ m}^{-1} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \omega_R &= \sqrt{\omega^2 + \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt{32,978636^2 + \frac{|-342,5|}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}} \\ &= 33,284292 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \omega_I &= \sqrt{\omega^2 - \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt{32,978636^2 - \frac{|-342,5|}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}} \\ &= 32,670121 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$N = -F_2 = -342,5 \text{ N} \quad (5.5)$$

Riešením sústavy rovníc, vid' rovnica (4.15), dostaneme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} , vid' tab. 5.1 (a) a 5.1 (b).

Plná skrutka ($D = 4,5 \text{ mm}$, $L = 90 \text{ mm}$, nerezová oceľ)		
$x_1 \in \langle 0, L_1 \rangle$	A_{11}	$2,086888 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{21}	$-9,217015 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{31}	$4,082006 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{41}	$-1,036602 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
$x_2 \in \langle L_1, L_2 \rangle$	A_{12}	$1,122151 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{22}	$-3,606639 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{32}	$5,674753 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{42}	$4,196621 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

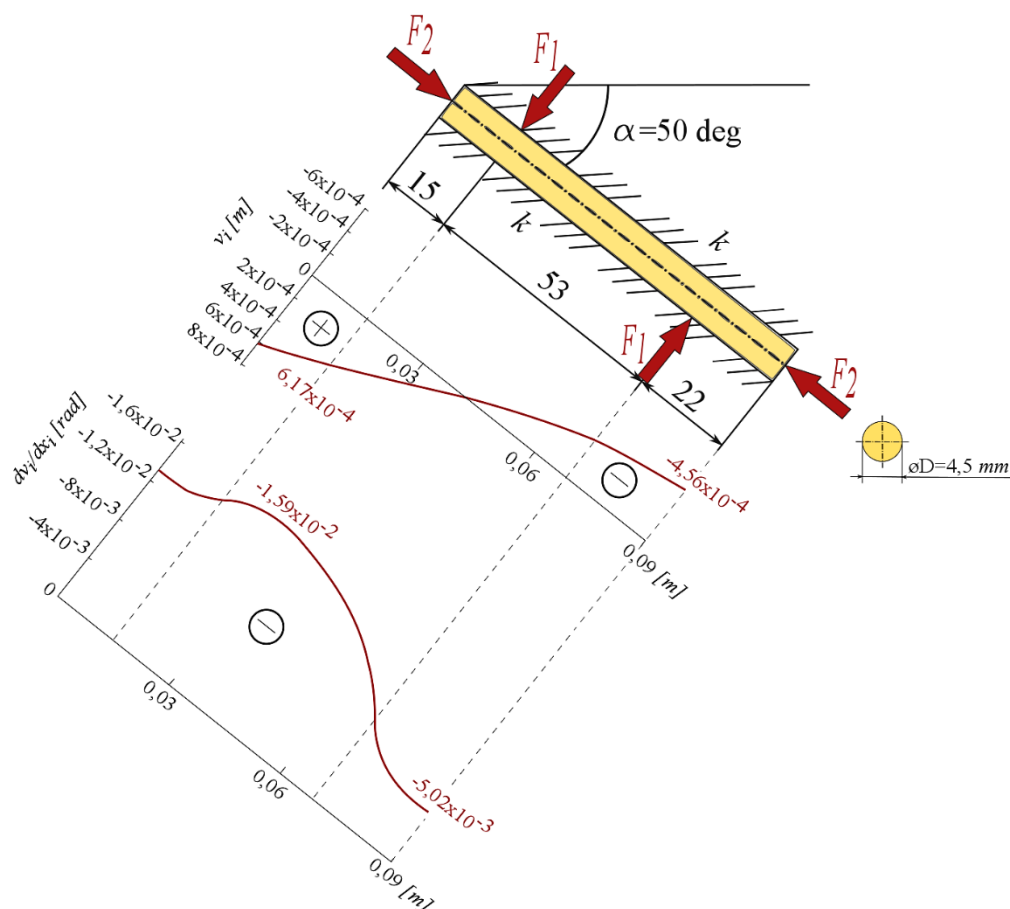
Tab. 5.1 (a) Integračné konštanty pre plnú skrutku z nerezovej ocele o priemere 4,5 mm.

Plná skrutka ($D = 4,5 \text{ mm}$, $L = 90 \text{ mm}$, nerezová oceľ)		
$x_3 \in \langle L_2, L \rangle$	A_{13}	$1,425407 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{23}	$1,451228 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
	A_{33}	$3,641611 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
	A_{43}	$1,044664 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

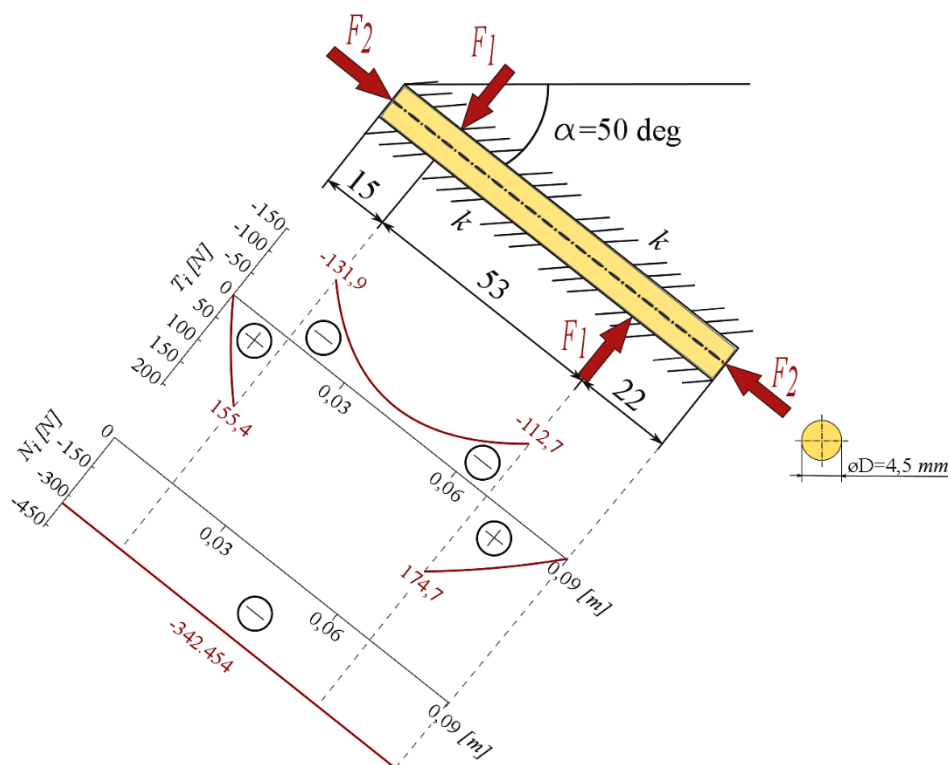
Tab. 5.1 (b) Integračné konštanty pre plnú skrutku z nerezovej ocele o priemere 4,5 mm.

Podľa tab. 4.1, zadaných hodnôt a vypočítaných integračných konštánt z tab. 5.1 (a) a 5.1 (b) môžeme vykresliť závislosť priehybu, natočenia, posúvajúcich síl a momentov na súradnici x , vid' obr. 5.1 až 5.3.

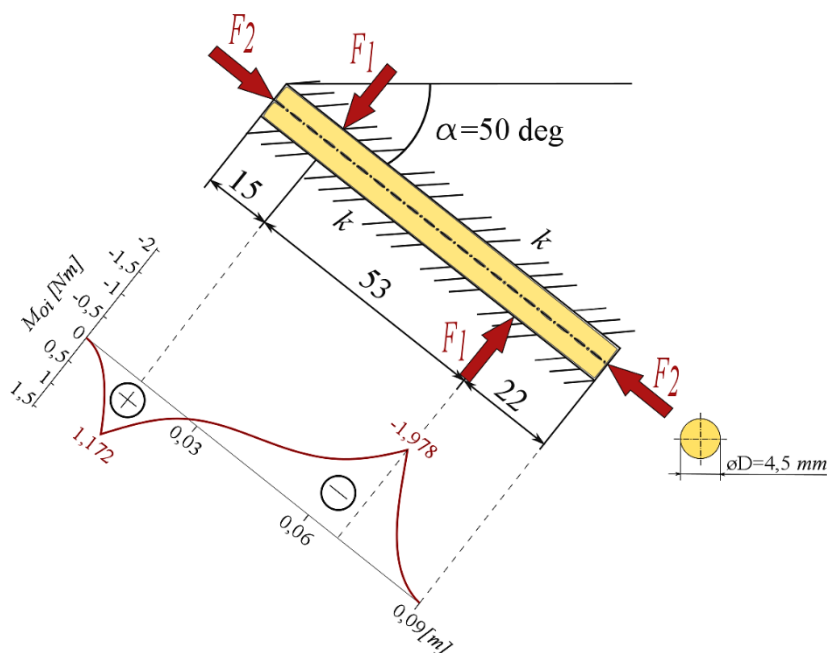
Z nižšie uvedených obrázkov je zrejmé, že hodnota maximálneho priehybu je na ľavom konci nosníka a jeho hodnota je $v_{max} = \max(|v_i|) = 0,617 \text{ mm}$, vid' obr. 5.1. Maximálna posúvajúca sila je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka v mieste pôsobenia sily F_1 a jej hodnota je $T_{max} = \max(|T_i|) = 174,7 \text{ N}$, vid' obr. 5.2. Normálová sila je po celej dĺžke nosníka konštantná a jej hodnota je $N = -342,45 \text{ N}$, vid' obr. 5.2. Maximálna hodnota ohybového momentu je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka a jeho hodnota je $M_{omax} = \max(|M_{oi}|) = 1,978 \text{ N} \cdot \text{m}$, vid' obr. 5.3.



Obr. 5.1 Priebehy rovníc priehybu a natočenia v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).



Obr. 5.2 Priebehy rovníc posúvajúcich a normálových síl v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).



Obr. 5.3 Priebeh rovnice ohybových momentov v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).

Veľkosť plochy prierezu:

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4,5^2}{4} = 15,904 \text{ mm}^2 \quad (5.6)$$

Veľkosť modulu prierezu v ohybe:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = \frac{\pi \cdot 4,5^3}{32} = 8,946 \text{ mm}^3 \quad (5.7)$$

Z predchádzajúceho textu je zrejmé, že nosník je namáhaný kombináciou tlaku a ohybu.

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{-342,45}{15,904} = -21,53 \text{ MPa} \quad (5.8)$$

$$\sigma_o = \frac{M_{omax}}{W_o} = \frac{-1978}{8,946} = -221,15 \text{ MPa} \quad (5.9)$$

Maximálne napätie v hornom vlákne nosníka:

$$\sigma_1 = \sigma_N - \sigma_o = -21,53 + 221,15 = 199,62 \text{ MPa} \quad (5.10)$$

Maximálne napätie v dolnom vlákne nosníka:

$$\sigma_2 = \sigma_N + \sigma_o = -21,53 - 221,15 = -242,68 \text{ MPa} \quad (5.11)$$

Maximálne šmykové napätie:

$$\tau_{max} = \frac{4 \cdot T_{max}}{3 \cdot S} = \frac{4 \cdot 174,7}{3 \cdot 15,904} = 14,64 \text{ MPa} \quad (5.12)$$

Šmykové napätie je oproti ohybovému napätiu veľmi malé a navyše maximum pôsobí v strednici nosníka, zatiaľ čo ohybové napätie je v strednici nosníka minimálne. Naopak v krajných vláknach nosníka má šmykové napätie minimum a ohybové napätie maximum. Preto sa so šmykovým napätím v ďalších výpočtoch neuvažuje.

5.2 PLNÁ OCEĽOVÁ SKRUTKA DĹŽKY 90 mm S PLNÝM PRIEREZOM DRIEKU 4,5 mm VYROBENÁ Z MATERIÁLU Ti6Al4V

Zadané hodnoty: priemer drieku $D = 0,0045 \text{ m}$, $E = 1,138 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $k = 2 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, $L_1 = 0,015 \text{ m}$, $L_2 = 0,068 \text{ m}$, $L = 0,09 \text{ m}$, sila $F_1 = 287,4 \text{ N}$ a sila $F_2 = 342,5 \text{ N}$, pre nosník na obr. 3.3. Sily F_1 a F_2 vznikli rozkladom sily F pôsobiacej pod uhlom $\alpha = 50^\circ$, vid' rovnice (3.3) a (3.4).

Dopočítané ostatné potrebné parametre:

$$J_{ZT} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot 0,0045^4}{64} = 2,01289 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4 \quad (5.13)$$

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 10^7}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}} = 38,437218 \text{ m}^{-1} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \omega_R &= \sqrt{\omega^2 + \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \\ &= \sqrt{38,437218^2 + \frac{|-342,5|}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}} \\ &= 38,920363 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\omega_I = \sqrt{\omega^2 - \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (5.16)$$

$$= \sqrt{38.437218^2 - \frac{|-342,5|}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 2,01289 \cdot 10^{-11}}}$$

$$= 37.947922 \text{ m}^{-1}$$

$$N = -F_2 = -342,5 \text{ N} \quad (5.17)$$

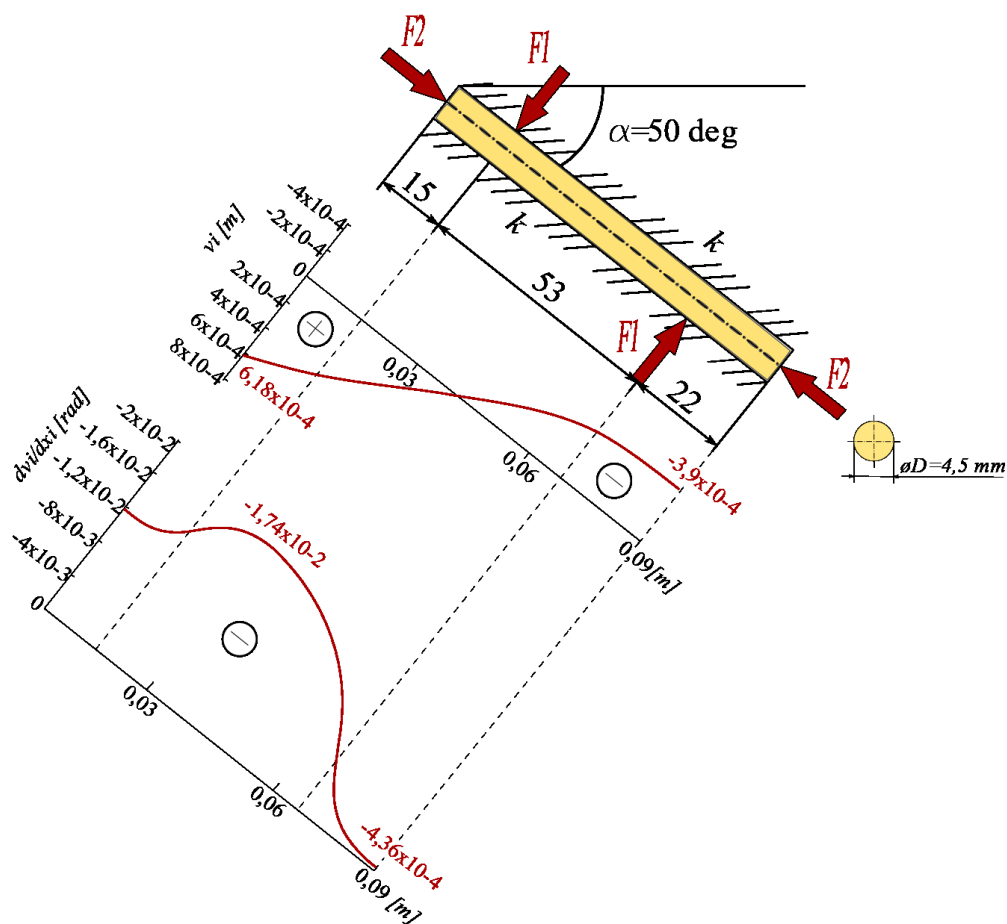
Riešením sústavy rovníc, vid' rovnica (4.15) dostaneme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} , vid' tab. 5.2.

Plná skrutka (D = 4,5 mm, L = 90 mm, Ti6Al4V)		
$x_1 \in \langle 0, L_1 \rangle$	A_{11}	$2,319713 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{21}	$-6,722477 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{31}	$3,859025 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{41}	$-8,286040 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
$x_2 \in \langle L_1, L_2 \rangle$	A_{12}	$1,482380 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{22}	$-2,570104 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{32}	$5,326428 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{42}	$5,915534 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
$x_3 \in \langle L_2, L \rangle$	A_{13}	$5,994717 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
	A_{23}	$2,536627 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
	A_{33}	$5,492515 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
	A_{43}	$2,005658 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

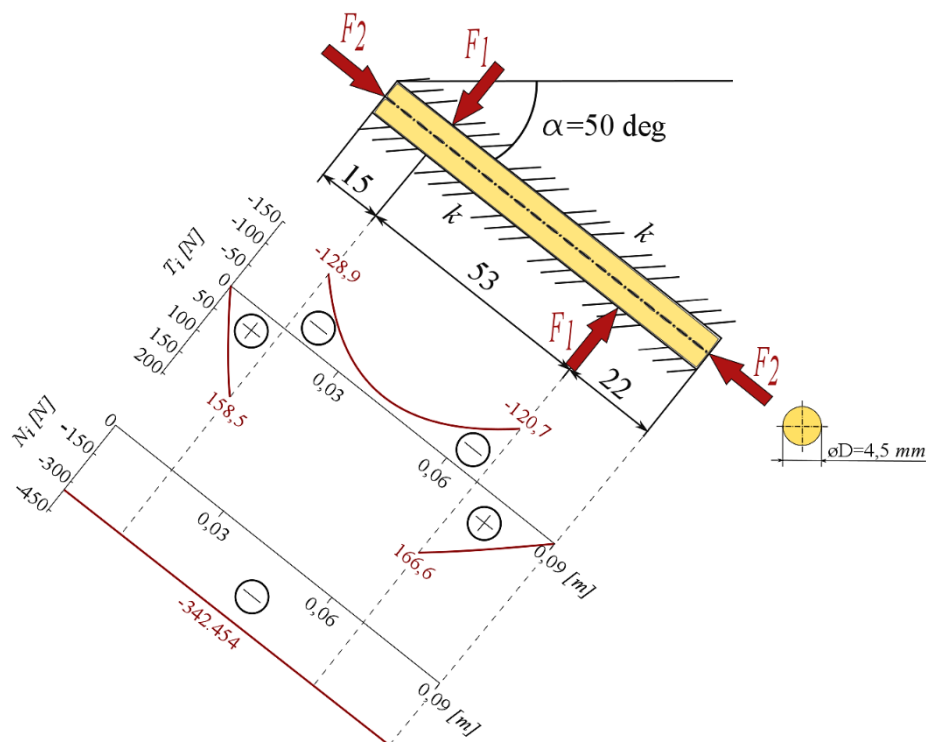
Tab. 5.2 Integračné konštanty pre plnú skrutku z materiálu Ti6Al4V o priemere 4,5 mm.

Podľa tab. 4.1, zadaných hodnôt a vypočítaných integračných konštánt z tab. 5.2 môžeme vykresliť závislosť priebyhu, natočenia, posúvajúcich síl a momentov na súradnici x , vid' obr. 5.4 až 5.6.

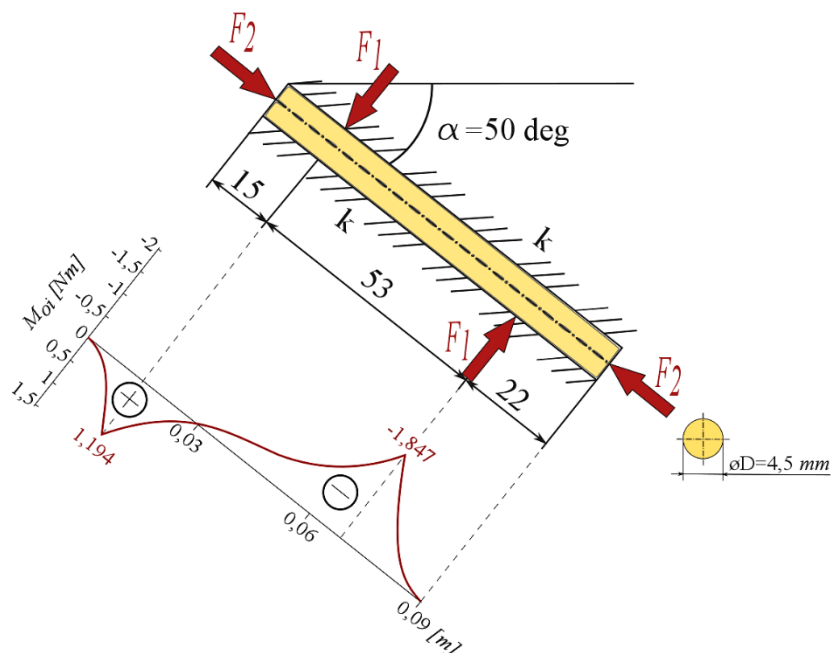
Z nižšie uvedených obrázkov je zrejmé, že hodnota maximálneho priebyhu je na ľavom konci nosníka a jeho hodnota je $v_{max} = \max(|v_i|) = 0,618 \text{ mm}$, vid' obr. 5.4. Maximálna posúvajúca sila je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka v mieste pôsobenia sily F_1 a jej hodnota je $T_{max} = \max(|T_i|) = 166,6 \text{ N}$ vid', obr. 5.5. Normálová sila je po celej dĺžke nosníka konštantná a jej hodnota je $N = -342,45 \text{ N}$, vid' obr. 5.5. Maximálna hodnota ohybového momentu je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka a jeho hodnota je $M_{omax} = \max(|M_{oi}|) = 1,847 \text{ N} \cdot \text{m}$, vid' obr. 5.6.



Obr. 5.4 Priebehy rovníc priehybu a natočenia v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).



Obr. 5.5 Priebehy rovníc posúvajúcich a normálových síl v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).



Obr. 5.6 Priebeh rovnice ohybových momentov v jednej femorálnej skrutke (plná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 4,5 \text{ mm}$).

Veľkosť plochy prierezu:

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4,5^2}{4} = 15,904 \text{ mm}^2 \quad (5.18)$$

Veľkosť modulu prierezu v ohybe:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = \frac{\pi \cdot 4,5^3}{32} = 8,946 \text{ mm}^3 \quad (5.19)$$

Z predchádzajúceho textu je zrejmé, že nosník je namáhaný kombináciou tlaku a ohybu.

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{-342,45}{15,904} = -21,53 \text{ MPa} \quad (5.20)$$

$$\sigma_o = \frac{M_{omax}}{W_o} = \frac{-1847}{8,946} = -206,49 \text{ MPa} \quad (5.21)$$

Maximálne napätie v hornom vlákne nosníka:

$$\sigma_1 = \sigma_N - \sigma_o = -21,53 + 206,49 = 184,96 \text{ MPa} \quad (5.22)$$

Maximálne napätie v dolnom vlákne nosníka:

$$\sigma_2 = \sigma_N + \sigma_o = -21,53 - 206,49 = -228,03 \text{ MPa} \quad (5.23)$$

Maximálne šmykové napätie:

$$\tau_{max} = \frac{4 \cdot T_{max}}{3 \cdot S} = \frac{4 \cdot 166,6}{3 \cdot 15,904} = 13,97 \text{ MPa} \quad (5.24)$$

Šmykové napätie je oproti ohybovému napätiu veľmi malé a navyše maximum pôsobí v strednici nosníka, zatiaľ čo ohybové napätie je v strednici nosníka minimálne. Naopak v krajných vláknach nosníka má šmykové napätie minimum a ohybové napätie maximum. Preto sa so šmykovým napätím v ďalších výpočtoch neuvažuje.

6. VÝPOČET KANYLOVANÝCH OCEĽOVÝCH FEMORÁLNYCH SKRUTIEK

6.1 KANYLOVANÁ OCEĽOVÁ SKRUTKA DĹŽKY 90 mm S KANYLOVANÝM PRIEREZOM DRIEKU 1,8/5 mm VYROBENÁ Z NEREZOVEJ OCELI

Zadané hodnoty: priemer drieku $D = 0,005 \text{ m}$, priemer otvoru v skrutke $d = 0,0018 \text{ m}$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $k = 2,2222 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, $L_1 = 0,015 \text{ m}$, $L_2 = 0,068 \text{ m}$, $L = 0,09 \text{ m}$, sila $F_1 = 287,4 \text{ N}$ a sila $F_2 = 342,5 \text{ N}$, pre nosník na obr. 3.3. Sily F_1 a F_2 vznikli rozkladom sily F pôsobiacej pod uhlom $\alpha = 50^\circ$, vid' rovnice (3.3) a (3.4).

Dopočítané ostatné potrebné parametre:

$$J_{ZT} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (0,005^4 - 0,0018^4)}{64} = 3,016432 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4 \quad (6.1)$$

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt[4]{\frac{2,2222 \cdot 10^7}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}} = 30,602196 \text{ m}^{-1} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \omega_R &= \sqrt{\omega^2 + \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \\ &= \sqrt{30,602196^2 + \frac{|-342,5|}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}} \\ &= 30,822230 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \omega_I &= \sqrt{\omega^2 - \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \\ &= \sqrt{30,602196^2 - \frac{|-342,5|}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}} \\ &= 30,380569 \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Riešením sústavy rovníc, vid' rovnica (4.15) dostaneme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} , vid' tab. 6.1 (a) a 6.1 (b).

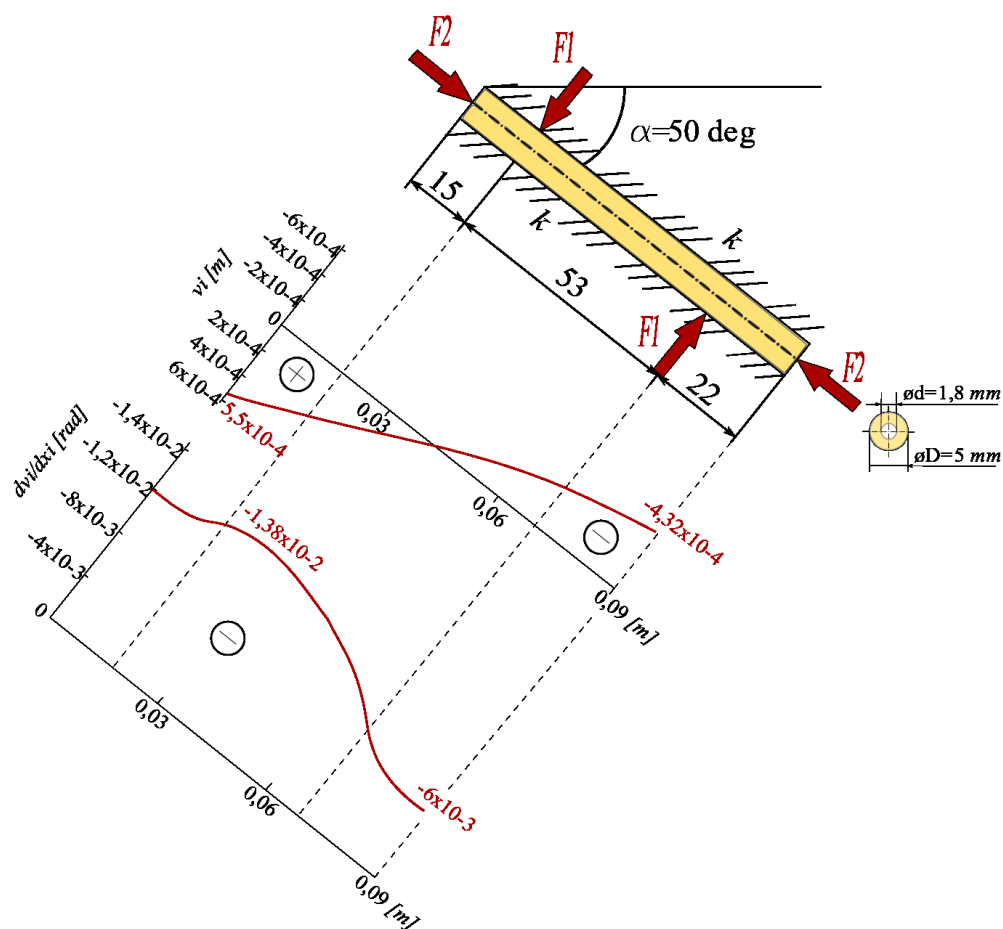
Kanylovaná skrutka ($D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$, $L = 90 \text{ mm}$, nerezová oceľ)		
$x_1 \in \langle 0, L_1 \rangle$	A_{11}	$1,770612 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{21}	$-9,249317 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{31}	$3,727884 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{41}	$-1,004294 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Tab. 6.1 (a) Integračné konštanty pre kanylovanú skrutku z nerezovej ocele o priemere 1,8/5 mm.

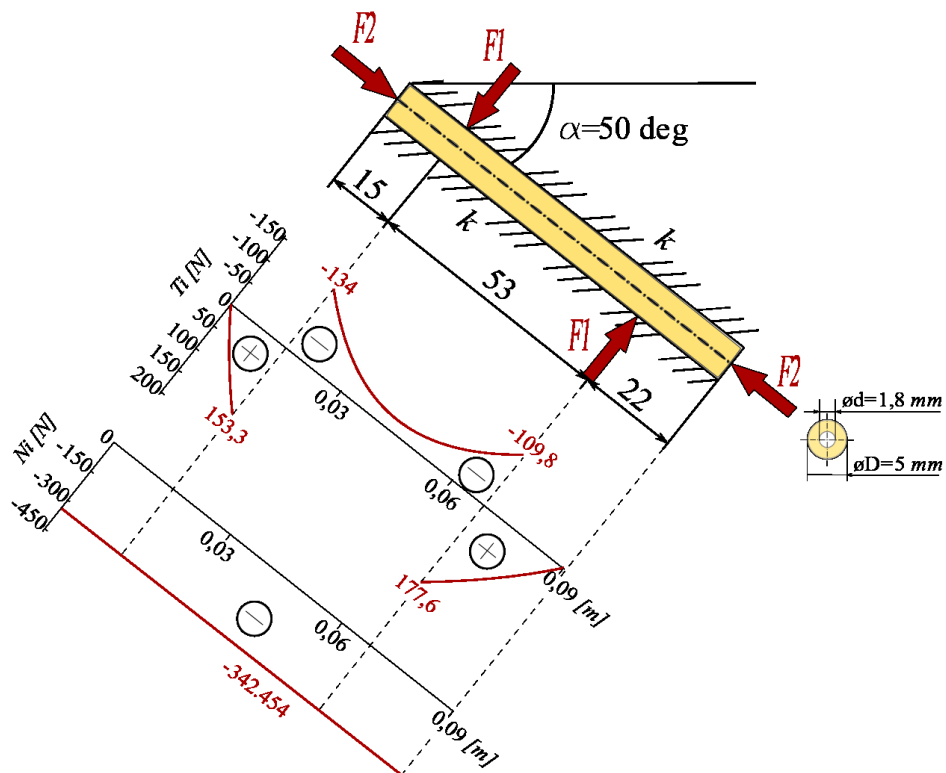
Kanylovaná skrutka ($D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$, $L = 90 \text{ mm}$, nerezová oceľ)		
$x_2 \in \langle L_1, L_2 \rangle$	A_{12}	$8,417064 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
	A_{22}	$-3,738223 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{32}	$5,159367 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
	A_{42}	$3,171088 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
$x_3 \in \langle L_2, L \rangle$	A_{13}	$1,729487 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
	A_{23}	$-3,053449 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
	A_{33}	$2,645980 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
	A_{43}	$-2,666669 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Tab. 6.1 (b) Integračné konštanty pre kanylovanú skrutku z nerezovej ocele o priemere 1,8/5 mm.

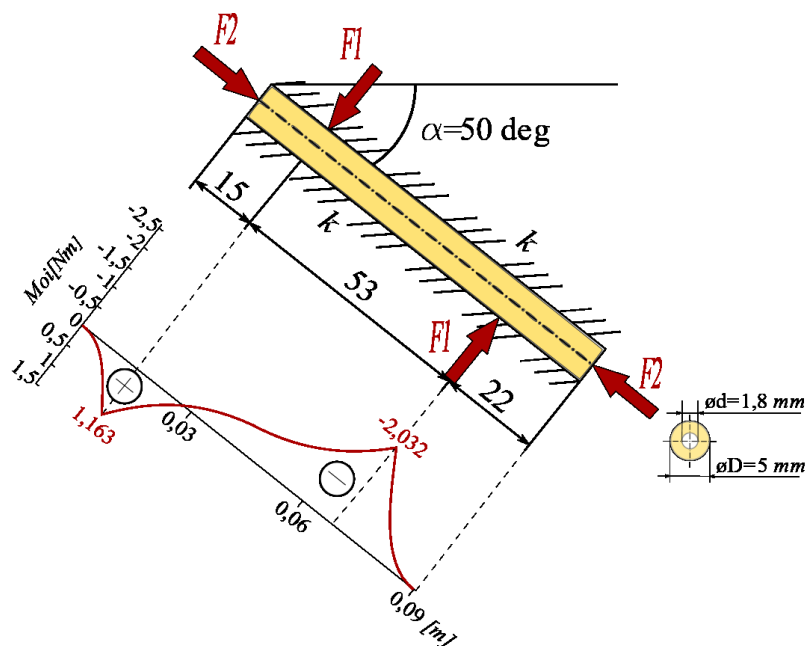
Podľa tab. 4.1, zadaných hodnôt a vypočítaných integračných konštánt z tab. 6.1 (a) a 6.1 (b) môžeme vykresliť závislosť prihybu, natočenia, posúvajúcich síl a momentov na súradnici x , vid' obr. 6.1 až 6.3.



Obr.6.1 Priebehy rovníc prihybu a natočenia v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).



Obr. 6.2 Priebiehy rovníc posúvajúcich a normálových síl v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).



Obr. 6.3 Priebiehy rovnice ohybových momentov v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál nerezová oceľ, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).

Z vyššie uvedených obrázkov je zrejmé, že hodnota maximálneho priehybu je na ľavom konci nosníka a jeho hodnota je $v_{\max} = \max(|v_i|) = 0,55 \text{ mm}$, vid' obr. 6.1. Maximálna posúvajúca sila je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka v mieste pôsobenia sily F_1 a jej hodnota je $T_{\max} = \max(|T_i|) = 177,6 \text{ N}$, vid' obr. 6.2. Normálová sila je po celej dĺžke nosníka konštantná a jej hodnota je $N = -342,45 \text{ N}$, vid' obr. 6.2. Maximálna hodnota

ohybového momentu je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka a jeho hodnota je $M_{omax} = \max(|M_{oi}|) = 2,032 \text{ N} \cdot \text{m}$, viď obr. 6.3.

Veľkosť plochy prierezu:

$$S = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (5^2 - 1,8^2)}{4} = 17,09 \text{ mm}^2 \quad (6.5)$$

Veľkosť modulu prierezu v ohybe:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = \frac{\pi \cdot (5^4 - 1,8^4)}{32 \cdot 5} = 12,066 \text{ mm}^3 \quad (6.6)$$

Z predchádzajúceho textu je zrejmé, že nosník je namáhaný kombináciou tlaku a ohybu.

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{-342,45}{17,09} = -20,04 \text{ MPa} \quad (6.7)$$

$$\sigma_o = \frac{M_{omax}}{W_0} = \frac{-2032}{12,066} = -168,39 \text{ MPa} \quad (6.8)$$

Maximálne napätie v hornom vlákne nosníka:

$$\sigma_1 = \sigma_N - \sigma_o = -20,04 + 168,39 = 148,35 \text{ MPa} \quad (6.9)$$

Maximálne napätie v dolnom vlákne nosníka:

$$\sigma_2 = \sigma_N + \sigma_o = -20,04 - 168,39 = -188,43 \text{ MPa} \quad (6.10)$$

Maximálne šmykové napätie:

$$\tau_{max} = \frac{2 \cdot T_{max}}{S} = \frac{2 \cdot 177,6}{17,09} = 20,78 \text{ MPa} \quad (6.11)$$

Šmykové napätie je oproti ohybovému napätiu veľmi malé a navyše maximum pôsobí v strednici nosníka, zatiaľ čo ohybové napätie je v strednici nosníka minimálne. Naopak v krajných vláknach nosníka má šmykové napätie minimum a ohybové napätie maximum. Preto sa so šmykovým napätím v ďalších výpočtoch neuvažuje.

6.2 KANYLOVANÁ OCEĽOVÁ SKRUTKA DĹŽKY 90 mm S KANYLOVANÝM PRIEREZOM DRIEKU 1,8/5 mm VYROBENÁ Z MATERIÁLU Ti6Al4V

Zadané hodnoty: priemer drieku $D = 0,005 \text{ m}$, priemer otvoru v skrutke $d = 0,0018 \text{ m}$, $E = 1,138 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $k = 2,2222 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, $L_1 = 0,015 \text{ m}$, $L_2 = 0,068 \text{ m}$, $L = 0,09 \text{ m}$, sila $F_1 = 287,4 \text{ N}$ a sila $F_2 = 342,5 \text{ N}$, pre nosník na obr. 3.3. Sily F_1 a F_2 vznikli rozkladom sily F pôsobiacej pod uhlom $\alpha = 50^\circ$, viď rovnice (3.3) a (3.4).

Dopočítané ostatné potrebné parametre:

$$J_{ZT} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (0,005^4 - 0,0018^4)}{64} = 3,016432 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4 \quad (6.12)$$

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} = \sqrt[4]{\frac{2,2222 \cdot 10^7}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}} \quad (6.13)$$

$$= 35,667433 \, m^{-1}$$

$$\omega_R = \sqrt{\omega^2 + \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (6.14)$$

$$= \sqrt{35,667433^2 + \frac{|-342,5|}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}}$$

$$= 36,015363 \, m^{-1}$$

$$\omega_I = \sqrt{\omega^2 - \frac{|N|}{4 \cdot E \cdot J_{ZT}}} \quad (6.15)$$

$$= \sqrt{35,667433^2 - \frac{|-342,5|}{4 \cdot 1,138 \cdot 10^{11} \cdot 3,016432 \cdot 10^{-11}}}$$

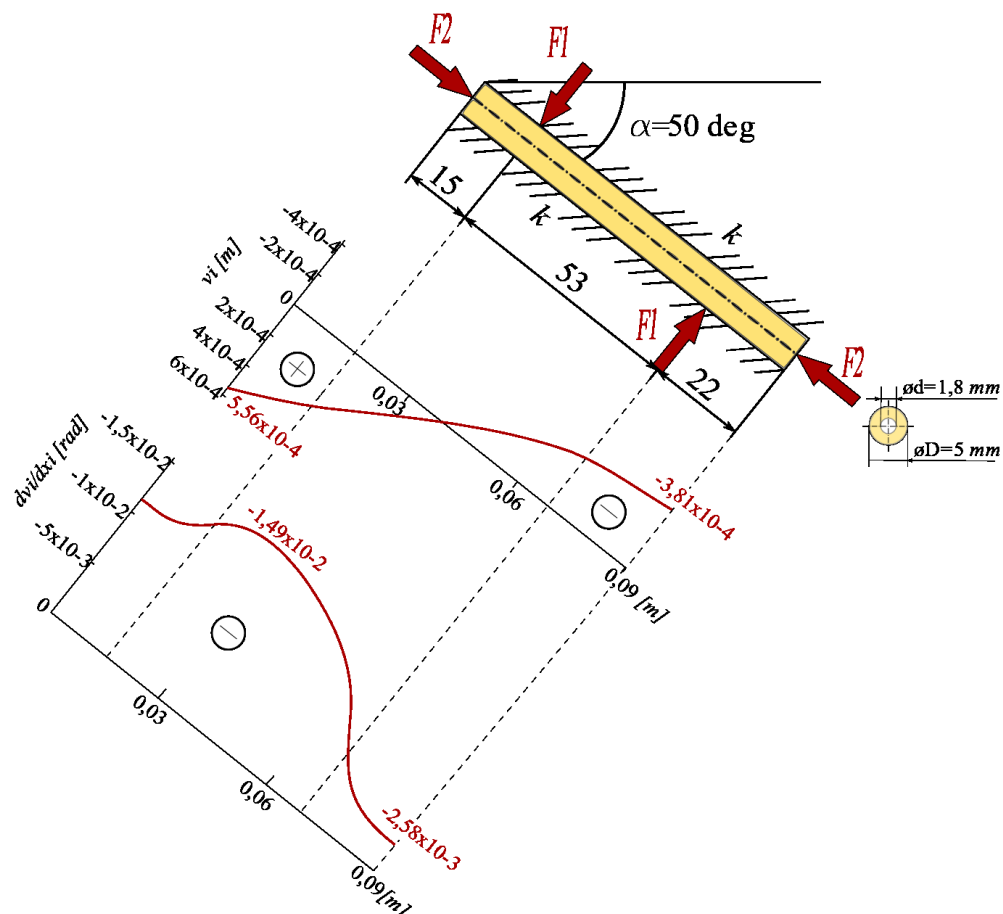
$$= 35,316076 \, m^{-1}$$

Riešením sústavy rovníc, vid' rovnica (4.15) dostaneme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} , vid' tab. 6.2.

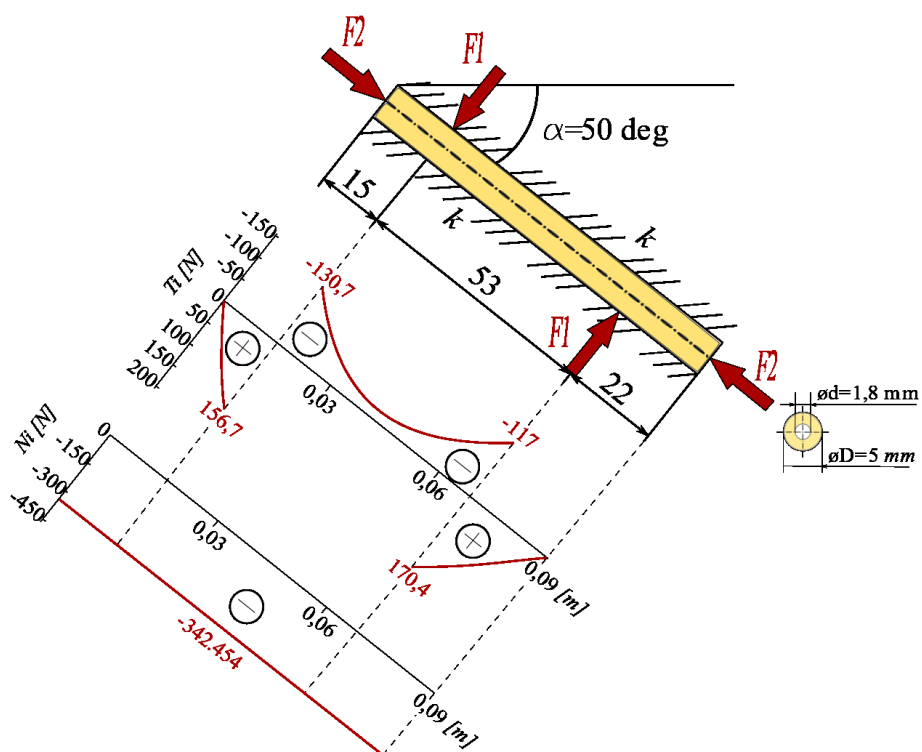
Kanylovaná skrutka (D = 5 mm, d = 1,8 mm, L = 90 mm, Ti6Al4V)		
$x_1 \in \langle 0, L_1 \rangle$	A_{11}	$1,983530 \cdot 10^{-4} \, m$
	A_{21}	$-7,241143 \cdot 10^{-5} \, m$
	A_{31}	$3,571518 \cdot 10^{-4} \, m$
	A_{41}	$-8,330410 \cdot 10^{-5} \, m$
$x_2 \in \langle L_1, L_2 \rangle$	A_{12}	$1,159996 \cdot 10^{-5} \, m$
	A_{22}	$-2,762631 \cdot 10^{-5} \, m$
	A_{32}	$4,968889 \cdot 10^{-4} \, m$
	A_{42}	$4,528190 \cdot 10^{-4} \, m$
$x_3 \in \langle L_2, L \rangle$	A_{13}	$8,572160 \cdot 10^{-6} \, m$
	A_{23}	$1,765468 \cdot 10^{-6} \, m$
	A_{33}	$4,085523 \cdot 10^{-3} \, m$
	A_{43}	$7,515318 \cdot 10^{-4} \, m$

Tab. 6.2 Integračné konštanty pre kanylovanú skrutku z materiálu Ti6Al4V o priemere 1,8/5 mm.

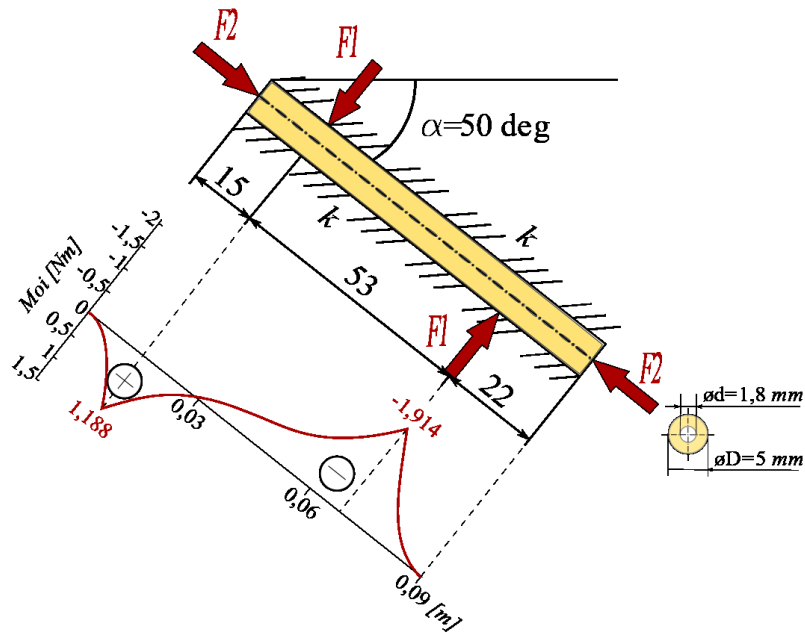
Podľa tab. 4.1, zadaných hodnôt a vypočítaných integračných konštánt z tab. 6.2 môžeme vykresliť závislosť prihybu, natočenia, posúvajúcich síl a momentov na súradnici x , vid' obr. 6.4 až 6.6.



Obr.6.4 Priebhy rovníc priehybu a natočenia v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).



Obr. 6.5 Priebhy rovníc posúvajúcich a normálových síl v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).



Obr. 6.6 Priebek rovnice ohybových momentov v jednej femorálnej skrutke (kanylovaná skrutka, materiál Ti6Al4V, $L = 90 \text{ mm}$, $D = 5 \text{ mm}$, $d = 1,8 \text{ mm}$).

Z vyššie uvedených obrázkov je zrejmé, že hodnota maximálneho priehybu je na ľavom konci nosníka a jeho hodnota je $v_{max} = \max(|v_i|) = 0,556 \text{ mm}$, vid' obr. 6.4. Maximálna posúvajúca sila je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka v mieste pôsobenia sily F_1 a jej hodnota je $T_{max} = \max(|T_i|) = 170,4 \text{ N}$, vid' obr. 6.5. Normálová sila je po celej dĺžke nosníka konštantná a jej hodnota je $N = -342,45 \text{ N}$, vid' obr. 6.5. Maximálna hodnota ohybového momentu je vo vzdialenosti 68 mm od ľavého konca nosníka a jeho hodnota je $M_{omax} = \max(|M_{oi}|) = 1,914 \text{ N} \cdot \text{m}$, vid' obr. 6.6.

Veľkosť plochy prierezu:

$$S = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (5^2 - 1,8^2)}{4} = 17,09 \text{ mm}^2 \quad (6.16)$$

Veľkosť modulu prierezu v ohybe:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = \frac{\pi \cdot (5^4 - 1,8^4)}{32 \cdot 5} = 12,066 \text{ mm}^3 \quad (6.17)$$

Z predchádzajúceho textu je zrejmé, že nosník je namáhaný kombináciou tlaku a ohybu.

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{-342,45}{17,09} = -20,04 \text{ MPa} \quad (6.18)$$

$$\sigma_o = \frac{M_{omax}}{W_0} = \frac{-1914}{12,066} = -158,63 \text{ MPa} \quad (6.19)$$

Maximálne napätie v hornom vlákne nosníku:

$$\sigma_1 = \sigma_N - \sigma_o = -20,04 + 158,63 = 138,59 \text{ MPa} \quad (6.20)$$

Maximálne napätie v dolnom vlákne nosníka:

$$\sigma_2 = \sigma_N + \sigma_o = -20,04 - 158,63 = -178,66 \text{ MPa} \quad (6.21)$$

Maximálne šmykové napätie:

$$\tau_{max} = \frac{2 \cdot T_{max}}{S} = \frac{2 \cdot 170,4}{17,09} = 19,94 \text{ MPa} \quad (6.22)$$

Šmykové napätie je oproti ohybovému napätiu veľmi malé a navyše maximum pôsobí v strednici nosníka, zatiaľ čo ohybové napätie je v strednici nosníka minimálne. Naopak v krajných vláknach nosníka má šmykové napätie minimum a ohybové napätie maximum. Preto sa so šmykovým napätím v ďalších výpočtoch neuvažuje.

7. POROVNANIE DOSIAHNUTÝCH VÝSLEDKOV

Femorálna skrutka	Materiál	Maximálny priehyb [mm]	Maximálne napätie [MPa]	Bezpečnosť [1]
Plná skrutka, priemer drieku 4,5 mm, $k = 2 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	Nerezová oceľ $R_e = 1000 \text{ MPa}$	0,617	-242,68	4,12
	Ti6Al4V $R_e = 880 \text{ MPa}$	0,618	-228,03	3,86
Kanylovaná skrutka, priemer drieku 5 mm, priemer otvoru 1,8 mm, $k = 2,2222 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$	Nerezová oceľ $R_e = 1000 \text{ MPa}$	0,55	-188,43	5,31
	Ti6Al4V $R_e = 880 \text{ MPa}$	0,556	-178,66	4,93

Tab. 7.1 Porovnanie výsledkov pevnostnej a tuhostnej analýzy femorálnej skrutky (uhol sklonu skrutky $\alpha = 50^\circ$).

Bezpečnosť voči medzi klzu k_c sa vypočíta nasledujúcim vzťahom:

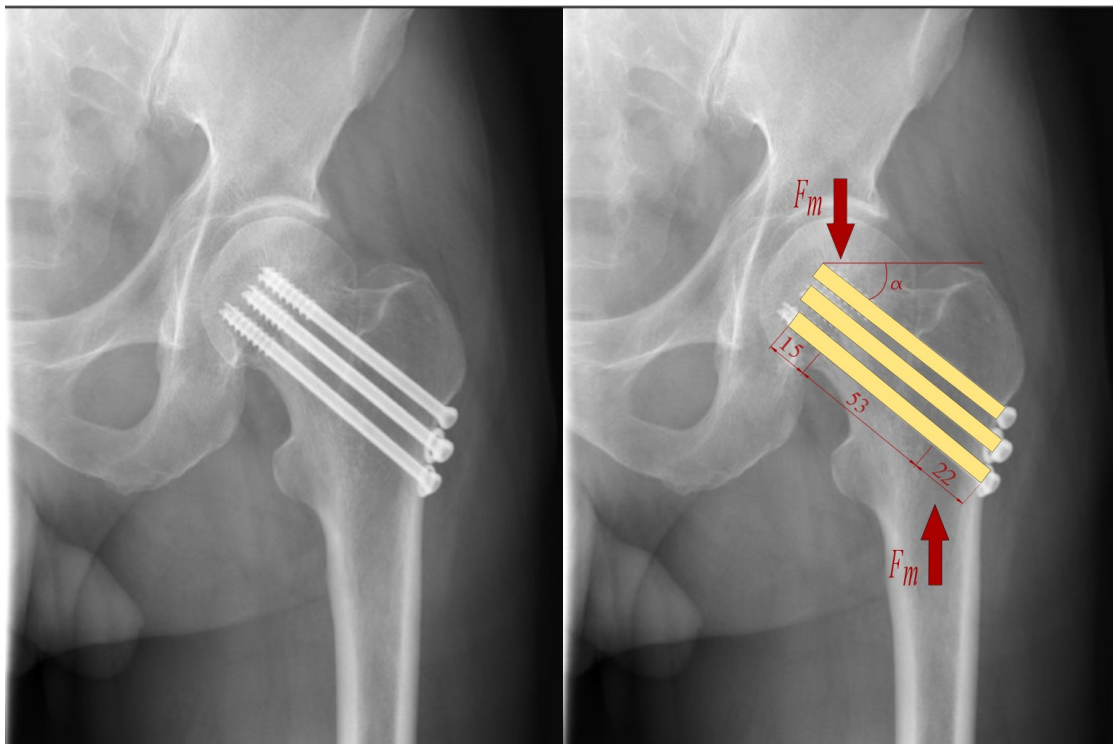
$$k_c = \frac{R_e}{\sigma_{max}} \quad (7.1)$$

$$\sigma_{max} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|) \quad (7.2)$$

Z tab. 7.1 môžeme vidieť, že bezpečnosti skrutiek voči medzi klzu vyšli väčšie ako 1. Na základe tohto zistenia môžeme povedať, že femorálne skrutky riešené v tejto práci pevnostne vyhovujú a je možné ich s bezpečnosťou používať ako implantáty pri osteosyntéze zlomeniny proximálneho femuru. Z tab. 7.1 je tiež zrejmé, že kanylované skrutky majú väčšiu bezpečnosť než skrutky plného prierezu. Z toho môžeme usúdiť, že kanylované skrutky vydržia väčšie zaťaženie než skrutky plné. Pre vedenie kanylovaných skrutiek pri operáciách sa používajú drôty, čo následne uľahčuje správne zavedenie skrutiek tohto typu do kosti. Z týchto dôvodov sú kanylované skrutky dnes najpoužívanějšími implantátmi pri osteosyntéze zlomenín.

Uvedené výsledky priehybu skrutiek sú zaťažené malou chybou, čo spôsobuje fakt, že koeficient stlačiteľnosti podložia k je stanovený len odhadom. Z tohto dôvodu výsledky priehybu skrutiek môžeme považovať len za približné. Napriek tomuto fakt, koeficient stlačiteľnosti podložia k dostatočne dobre odpovedá malým priehybom v kosti.

8. ZOVŠEOBECNENIE VÝPOČTU NAPÄTIA PRE VŠEOBECNÚ POLOHU DANÚ UHLOM α



Obr. 8.1 Femorálna skrutka ako nosník na pružnom podklade sklonená o uhol α .

Výpočet, ktorý bol prevedený v predošlom texte pre femorálnu skrutku sklonenú o uhol $\alpha = 50^\circ$ sa dá zovšeobecniť a spočítať pre rôzne polohy dané uhlom α .

V tejto kapitole sú spočítané hodnoty pre normálové, ohybové a celkové napätie v závislosti na uhle α , pričom platí zaťaženie, geometria aj materiály z predchádzajúceho textu. Výsledky sú uvedené v tab. 8.1 (plné prierezy) a 8.2 (kanylované prierezy).

Na záver kapitoly je spočítaná poloha, v ktorej je skrutka najviac namáhaná. Tento výpočet je spravený pre kanylovanú skrutku zo zliatiny Ti6Al4V, ktorá sa v súčasnosti najčastejšie používa.

Pre všetky uhly, pre ktoré sú spočítané napätia, vid' tab. 8.1 a 8.2, je použitý rovnaký postup výpočtu ako v predošlých príkladoch, okrem uhlu $\alpha = 0^\circ$. Pri uhle 0° na skrutku (nosník) pôsobia len posúvajúce sily. Preto z výpočtu môžeme vylúčiť vplyv normálových síl na ohyb nosníka, čím sa úloha trochu zjednoduší. V tomto prípade je úloha tiež staticky neurčitá, skrutka (nosník) je rozdelená na tri úseky a rieši sa 12 okrajových podmienok, vid' rovnice (4.2) až (4.13). Z týchto okrajových podmienok a po ich dosadení do vzťahov z tab. 1.1 dostaneme znova sústavu rovníc (4.14). V prílohe B sú uvedené submatice $[M_{1,2,3}]$ a vektory $\{B\}$ a $\{A\}$ použité pre tento výpočet. Vyriešením tejto sústavy rovnako ako v predošlých príkladoch dostaneme integračné konštanty A_{1i} až A_{4i} a následne sa spočítajú napätia.

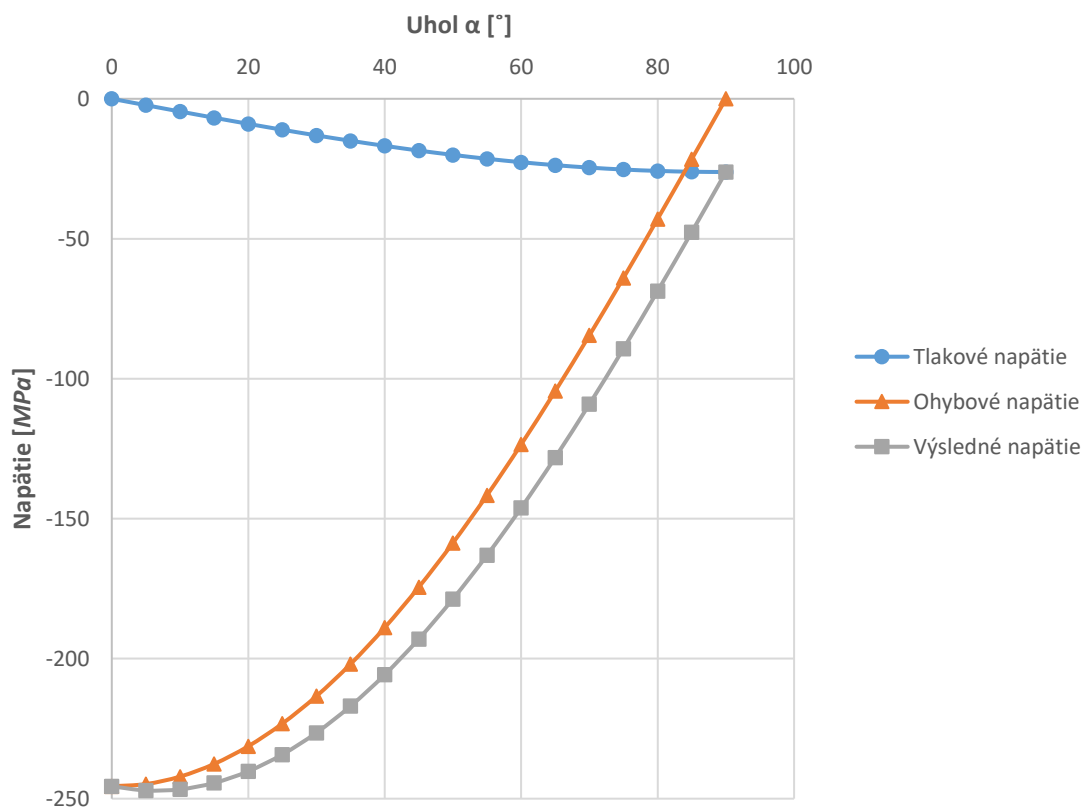
Femorálna skrutka plného prierezu, dĺžky $L = 90 \text{ mm}$, priemer drieku $D = 4,5 \text{ mm}$, tuhosť podložia $k = 2 \cdot 10^7$, zaťažujúca sila $F = 447 \text{ N}$ pôsobiaca pod uhlom α						
Uhol α [°]	Maximálne napätie (nerezová oceľ, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$)			Maximálne napätie (Ti6Al4V, $E = 1,138 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$)		
	Napätie od normálovej sily [MPa]	Napätie od ohybového momentu [MPa]	Výsledné napätie [MPa]	Napätie od normálovej sily [MPa]	Napätie od ohybového momentu [MPa]	Výsledné napätie [MPa]
90	-28,11	0	-28,11	-28,11	0	-28,11
85	-28	-29,99	-58	-28	-28,09	-56,09
80	-27,68	-59,76	-87,44	-27,68	-55,95	-83,63
75	-27,15	-89,07	-116,22	-27,15	-73,37	-110,52
70	-26,41	-117,7	-144,11	-26,41	-110,13	-136,55
65	-25,48	-145,43	-170,9	-25,48	-136,02	-161,5
60	-24,34	-172,05	-196,39	-24,34	-160,84	-185,18
55	-23,03	-197,35	-220,38	-23,03	-184,39	-207,42
50	-21,53	-221,15	-242,68	-21,53	-206,49	-228,03
45	-19,88	-243,26	-263,13	-19,88	-226,98	-246,85
40	-18,07	-263,51	-281,58	-18,07	-245,68	-263,75
35	-16,12	-281,75	-297,87	-16,12	-262,47	-278,59
30	-14,05	-297,84	-311,9	-14,05	-277,22	-291,27
25	-11,88	-311,66	-323,54	-11,88	-289,82	-301,7
20	-9,61	-323,1	-332,71	-9,61	-300,17	-309,79
15	-7,27	-332,08	-339,35	-7,27	-308,22	-315,49
10	-4,88	-3388,52	-343,4	-4,88	-313,89	-318,77
5	-2,45	-342,39	-344,84	-2,45	-317,17	-319,62
0	0	-343,64	-343,64	0	-318,02	-318,02

Tab. 8.1 Napätie v závislosti na uhle α pre plnú femorálnu skrutku.

Kanylovaná femorálna skrutka, dĺžky $L = 90\text{ mm}$, priemer drieku $D = 5\text{ mm}$, priemer otvoru $d = 1,8\text{ mm}$, tuhosť podložia $k = 2,2222 \cdot 10^7$, zaťažujúca sila $F = 447\text{ N}$ pôsobiaca pod uhlom α						
Uhol α [°]	Maximálne napätie (nerezová oceľ, $E = 2,1 \cdot 10^{11}\text{ MPa}$)			Maximálne napätie (Ti6Al4V, $E = 1,138 \cdot 10^{11}\text{ MPa}$)		
	Napätie od normálovej sily [MPa]	Napätie od ohybového momentu [MPa]	Výsledné napätie [MPa]	Napätie od normálovej sily [MPa]	Napätie od ohybového momentu [MPa]	Výsledné napätie [MPa]
90	-26,16	0	-26,16	-26,16	0	-26,16
85	-26,06	-22,82	-48,86	-26,06	-21,54	-47,6
80	-25,76	-45,46	-71,22	-25,76	-42,91	-68,67
75	-25,27	-67,76	-93,03	-25,27	-63,95	-89,22
70	-24,58	-89,55	-114,13	-24,58	-84,5	-109,08
65	-23,71	-110,67	-134,38	-23,71	-104,39	-128,09
60	-22,65	-130,95	-153,6	-22,65	-123,47	-146,12
55	-21,43	-150,24	-171,66	-21,43	-141,59	-163,02
50	-20,04	-168,39	-188,43	-20,04	-158,63	-178,66
45	-18,5	-185,27	-203,77	-18,5	-174,43	-192,93
40	-16,81	-200,75	-217,57	-16,81	-188,89	-205,71
35	-15	-214,71	-229,71	-15	-201,9	-216,91
30	-13,08	-227,04	-240,12	-13,08	-213,36	-226,43
25	-11,06	-237,65	-248,71	-11,06	-223,17	-234,22
20	-8,95	-246,46	-255,41	-8,95	-231,27	-240,22
15	-6,77	-253,39	-260,16	-6,77	-237,6	-244,37
10	-2,54	-258,4	-262,94	-4,54	-242,12	-246,66
5	-2,28	-261,44	-263,72	-2,28	-244,78	-247,06
0	0	-262,5	-262,5	0	-245,58	-245,58

Tab. 8.2 Napätie v závislosti na uhle α pre kanylovanú femorálnu skrutku.

Graf Závislosti napätia na uhle sklonu kanylovanej skrutky z materiálu Ti6Al4V je znázornený na obr. 8.2.



Obr. 8.2 Závislosť maximálnych napätí na uhle α pre femorálnu skrutku kanylovaného prierezu z materiálu Ti6Al4V.

Pre kanylovanú skrutku zo zliatiny Ti6Al4V, ktorá je dnes v praxi najpoužívanější, je spravená aproximácia pre normálové, ohybové a výsledné napätie. Rozmery skrutky sú zachované podľa predošlého zadania. Aproximácia vychádza z goniometrických funkcií.

$$\sigma_{(\alpha)} \approx -26,1577 \cdot \sin(\alpha) \quad (8.1)$$

$$\sigma_{M_o(\alpha)} \approx -246,2083 \cdot \cos(\alpha) \quad (8.2)$$

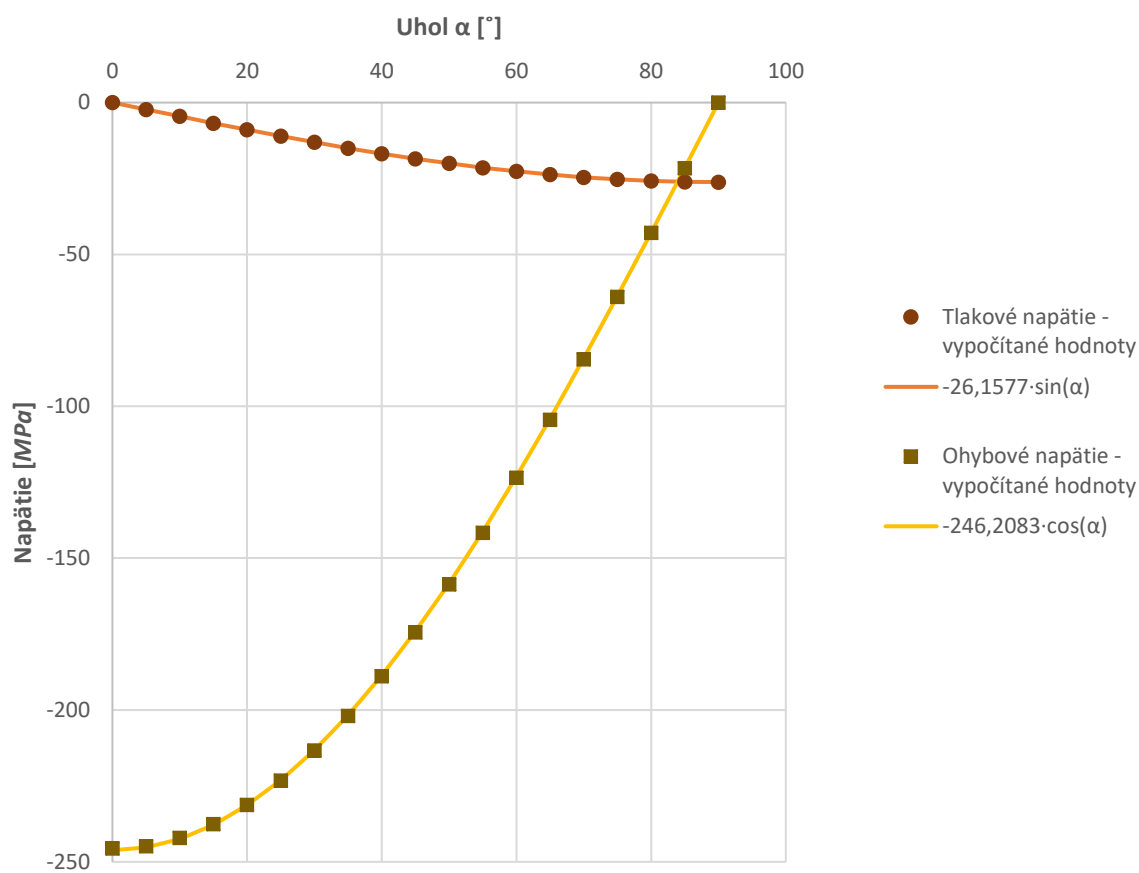
$$\sigma_{V(\alpha)} \approx \sigma_{N(\alpha)} + \sigma_{M_o(\alpha)} \approx -26,1577 \cdot \sin(\alpha) - 246,2083 \cdot \cos(\alpha) \quad (8.3)$$

Vzťahy (8.1) a (8.2) sa dajú jednoducho zovšeobecniť pre všeobecnú silu F a to nasledujúcimi funkciami:

$$\sigma_{N(\alpha)} \approx -\frac{F}{17,090188} \cdot \sin(\alpha) \quad (8.4)$$

$$\sigma_{M_o(\alpha)} \approx -\frac{F}{1,815698} \cdot \cos(\alpha) \quad (8.5)$$

$$\sigma_{V(\alpha)} \approx \sigma_{N(\alpha)} + \sigma_{M_o(\alpha)} \approx -F \cdot \left[\frac{1}{17,090188} \cdot \sin(\alpha) + \frac{1}{1,815698} \cdot \cos(\alpha) \right] \quad (8.6)$$



Obr. 8.3 Graf aproximačných funkcií pre ohybové a normálové napätie

Extrém výslednej aproximačnej funkcie pre výsledné napätie sa nenachádza v situácii, kedy je uhol $\alpha = 0$ ako tomu je v prípade ohybového napätia, ale z dôvodu pôsobenia normálovej sily sa tento extrém nachádza niekde medzi 0. až 10. stupňom, vid' tab. 8.2 a obr. 8.4. Preto maximálne výsledné napätie nájdeme pomocou derivácie aproximačnej funkcie výsledného napätia, vid' rovnica (8.7).

$$\frac{\partial \sigma_V(\alpha)}{\partial \alpha} \approx -F \cdot \left[\frac{1}{17,090188} \cdot \cos(\alpha) - \frac{1}{1,815698} \cdot \sin(\alpha) \right] = 0 \quad (8.7)$$

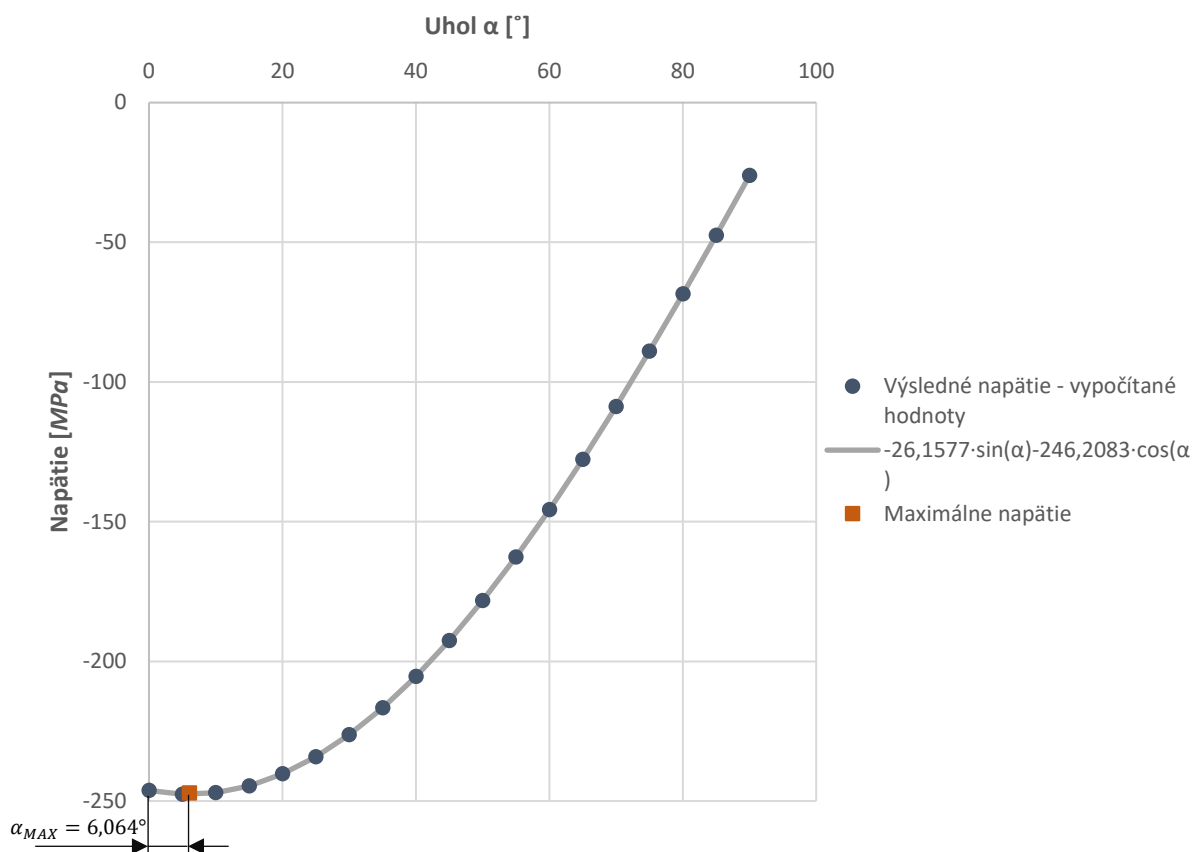
Po úprave dostaneme vzťah:

$$\alpha_{MAX} = \tan^{-1} \left(\frac{1,815618}{17,090188} \right) = 6,064482^\circ \quad (8.8)$$

Vypočítaný uhol α_{MAX} , udáva pozíciu, v ktorej na skrutky pôsobí maximálne zaťaženie. Ale z dôvodu, že aproximačná funkcia nenahrádza úplne presne priebeh napätia, nie je uhol α_{MAX} úplne presným, ale dostatočne vyhovujúcim riešením, kedy sú skrutky maximálne zaťažené. Z tab. 8.3, v ktorej sú vypočítané napätia v okolí uhlu α_{MAX} , môžeme vidieť, že hodnota skutočného maximálneho napätia sa pohybuje v rozmedzí 6,2° až 6,6°.

Kanylovaná femorálna skrutka, dĺžky $L = 90 \text{ mm}$, priemer drieku $D = 5 \text{ mm}$, priemer otvoru $d = 1,8 \text{ mm}$, tuhosť podložia $k = 2,2222 \cdot 10^7$, zaťažujúca sila $F = 447 \text{ N}$ pôsobiaca pod uhlom α			
Uhol α [°]	Maximálne napätie (Ti6Al4V, $E = 1,138 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$)		
	Napätie od normálovej sily [MPa]	Napätie od ohybového momentu [MPa]	Výsledné napätie [MPa]
6	-2,734226	244,399234	-247,13346
6,064482	-2,763501	-244,371901	-247,135403
6,2	-2,825017	-244,313446	-247,138463
6,4	-2,915773	-244,224676	-247,140448
6,6	-3,006493	-244,132923	-247,139416

Tab. 8.3 Hodnoty napätí okolo maxima



Obr. 8.4 Graf maximálneho výsledného napätia pre aproximáciu funkcie

9. VÝPOČET POMOCOU MKP

Vypočítané výsledky analytického riešenia kanylovanej skrutky zo zliatiny Ti6Al4V sú na záver porovnané s numerickým riešením, ktoré je vypočítané pomocou programu Ansys 17.0. Vo výpočte sa zjednodušene uvažuje, že kosť je izotropný materiál. Mechanické vlastnosti kosti aj zliatiny Ti6Al4V sú uvedené v tab. 9.1.

	Kosť	Ti6Al4V
Modul pružnosti v ťahu E [MPa]	14000	117000
Poissonovo číslo μ [1]	0,3	0,32
Hustota ρ [kg · m⁻³]	1800	4400

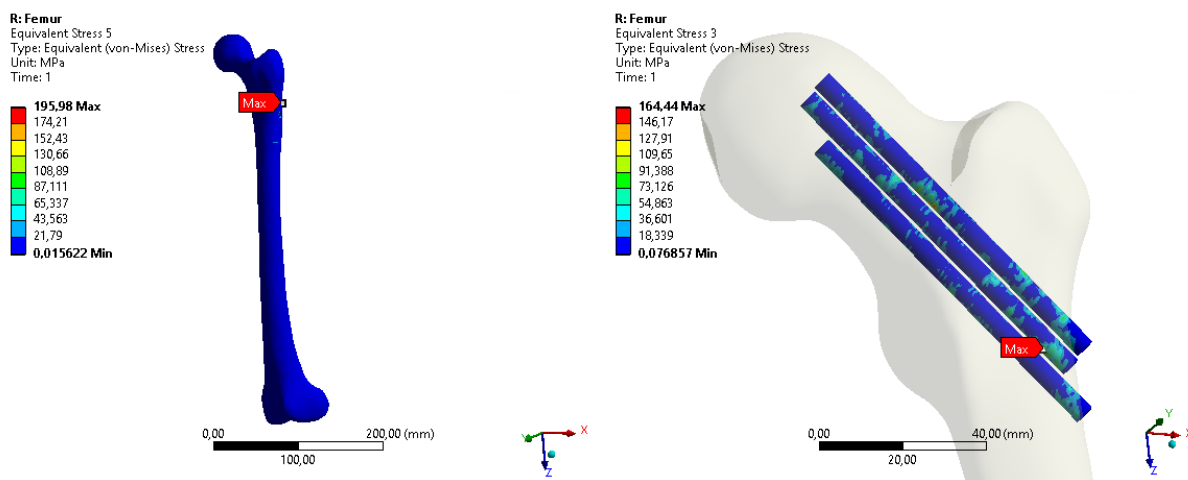
Tab. 9.1 Mechanické vlastnosti kosti a zliatiny Ti6Al4V

Okrajové podmienky sú znázornené na obr. 9.1. V spodnej časti kosti je zabránené posuvom vo všetkých smeroch a natočeniu okolo osi z (značené ako B). Na konci hlavice femuru je zabránené posuvom v osách x a y (značené ako C). Sila zaťažujúca kosť pôsobí približne v strede hlavice femuru (značené ako A). Sieť počítaných objektov je vidieť na obr. 9.1. Pre výpočet boli použité elementy typu hex. Pre kosť sú použité elementy s medziuzlami, počet prvkov je 57330 a počet uzlov je 180768. Pre skrutky sú použité elementy bez medziuzlov, počet prvkov je 56160 a počet uzlov je 63585.

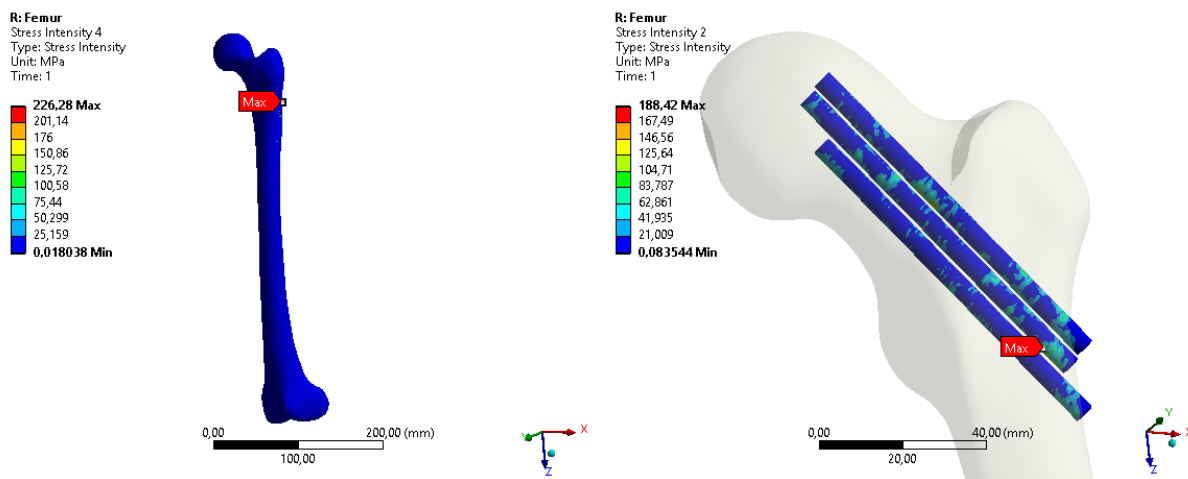


Obr. 9.1 Okrajové podmienky (vľavo) a sieť kosti a skrutiek (vpravo)

Napätia v kosti a skrutkách sú znázornené na obr. 9.2 a 9.3. Obrázok 9.2 ukazuje napätia podľa hypotézy HMH a obr. 9.3 podľa Guestovej hypotézy. Podľa HMH hypotézy je maximálne napätie v kosti 195,98 MPa a v skrutkách 164,44 MPa. Podľa Guestovej hypotézy je maximálne napätie v kosti 226,28 MPa a v skrutkách 188,42 MPa.

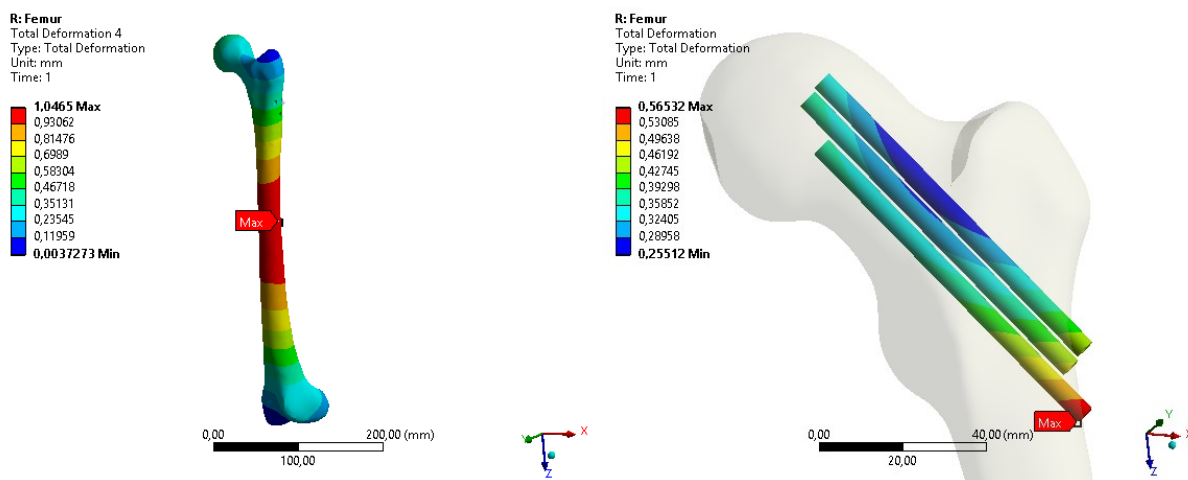


Obr. 9.2 Napätie podľa hypotézy HMH v kosti (vľavo) a skrutkách (vpravo)



Obr. 9.3 Napätie v kosti (vľavo) a skrutkách (vpravo) podľa Guestovej hypotézy

Veľkosti posuvov sú znázornené na obr. 9.4. Maximálna deformácia kosti je $1,0465 \text{ mm}$ a skrutiek je $0,56532 \text{ mm}$.



Obr. 9.4 Deformácie v kosti (vľavo) a skrutkách (vpravo)

Z obr. 9.2 môžeme vidieť, že maximálne napätie pôsobiace v skrutkách podľa HMH hypotézy je $164,44 \text{ MPa}$, zatiaľ čo podľa Guestovej hypotézy $188,42 \text{ MPa}$. Rozdiel vo veľkosti napätí odpovedá teórii, podľa ktorej hodnoty vypočítané Guestovou hypotézou vychádzajú väčšie ako hodnoty z HMH hypotézy. Z toho je zrejmé, že pri počítaní pomocou Guestovej hypotézy sme na strane väčšej bezpečnosti.

Z numerického riešenia vyšiel maximálny posuv skrutiek $0,56532 \text{ mm}$, zatiaľ čo z analytického riešenia $0,556 \text{ mm}$. Relatívna chyba medzi posuvmi vychádza $1,68 \%$. Z výsledku môžeme vidieť, že posuvy sa skoro zhodujú, tým môžeme povedať, že koeficient stlačiteľnosti podložia k , ktorý je určený len odhadom odpovedá celkom dobre aj danému 3D modelu. Musíme si ale uvedomiť, že tento model je dosť zjednodušený a preto výsledky môžeme považovať len za približné v porovnaní so skutočnosťou.

Analytický výpočet výsledného napätia bol počítaný pre 1-osú napätosť (ohyb + tlak), preto v analytickom výpočte sú HMH hypotéza a Guestova hypotéza rovnocenné. Relatívne chyby medzi analytickým a numerickým riešením výsledného napätia podľa Guestovej a HMH

hypotézy môžete vidieť v tab. 9.2. Relatívne chyby medzi analytickým a numerickým riešením výsledného napätia a deformácie nie sú veľké, preto môžeme povedať že numerické a analytické výsledky sa viac-menej zhodujú.

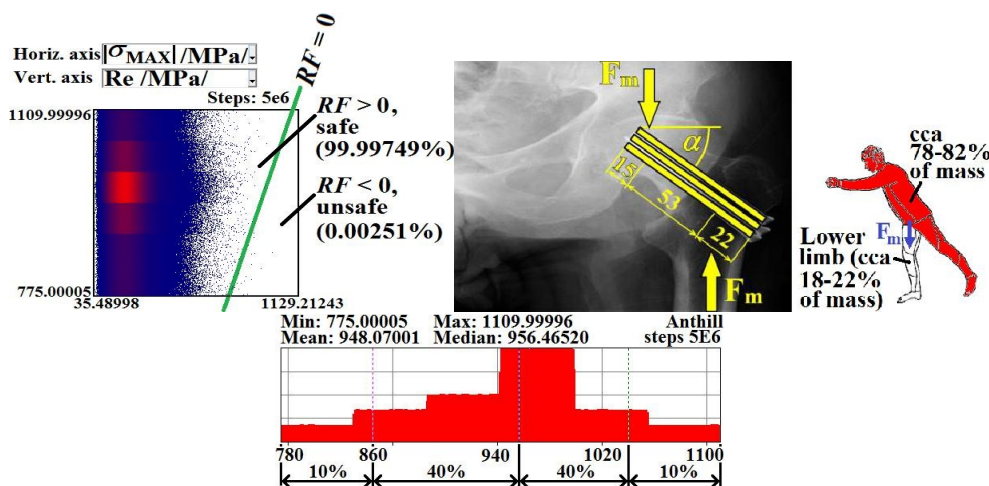
	Guestova hypotéza	HMH hypotéza
Napätie [MPa]	188,42	164,44
Bezpečnosť [1]	4,67	5,35
Relatívna chyba voči analytickému výpočtu [%]	5,46	7,96

Tab. 9.2 Porovnanie Guestovej a HMH hypotézy

10. POZNATKY PRE ĎALŠÍ ROZVOJ

V tejto práci je riešená osteosyntéza pomocou troch rovnobežných femorálnych skrutiek rovnakej dĺžky. Ale v praxi sa pri osteosyntéze zlomeniny krčka femuru používajú aj skrutky rôznej dĺžky a dokonca skrutky nemusia byť ani rovnobežné. Každá skrutka môže byť implantovaná pod iným uhlom α , viď obr. 10.2. Tiež v práci je použité zjednodušenie, že každá skrutka prenáša rovnaké zaťaženie (sila F_m sa delí rovnomerne na každú skrutku). V skutočnosti ale tento predpoklad nemusí platiť a na každú skrutku môže pôsobiť iná sila F , čo súvisí s kvalitou kosti a spôsobom zaskrutkovania skrutiek.. Najhoršia možnosť, ktorá môže teoretický vzniknúť je, že jedna skrutka nebude prenášať žiadnu silu, teda celé zaťaženie prenášajú len ostávajúce dve skrutky. Preto môžeme povedať, že hodnota súčiniteľa n sa môže meniť v rozmedzí 2 až 3.

Zadaná úloha by sa dala riešiť a tiež sa riešila pravdepodobnostným prístupom, viď lit. [10] a obr. 10.1, (obr. 10.1 je použitý so zvoľením vedúceho bakalárskej práce). Pravdepodobnostný prístup je vhodná varianta riešenia úloh na pružnom podklade, pretože môže zahŕňať široké rozpätie modulu stlačiteľnosti podložia, ako aj premenlivosť vstupných údajov pomocou histogramov. Výsledky potom presnejšie odpovedajú skutočnosti. Toto riešenie by teda zohľadňovalo aj premenné parametre spomenuté v predošlom odstavci. Tiež by sa tu dala zohľadniť celková hmotnosť rôznych pacientov, alebo dynamický koeficient k_{dyn} ktorý sa tiež mení s ohľadom mobility každého pacienta, pomocou už spomínaných histogramov.

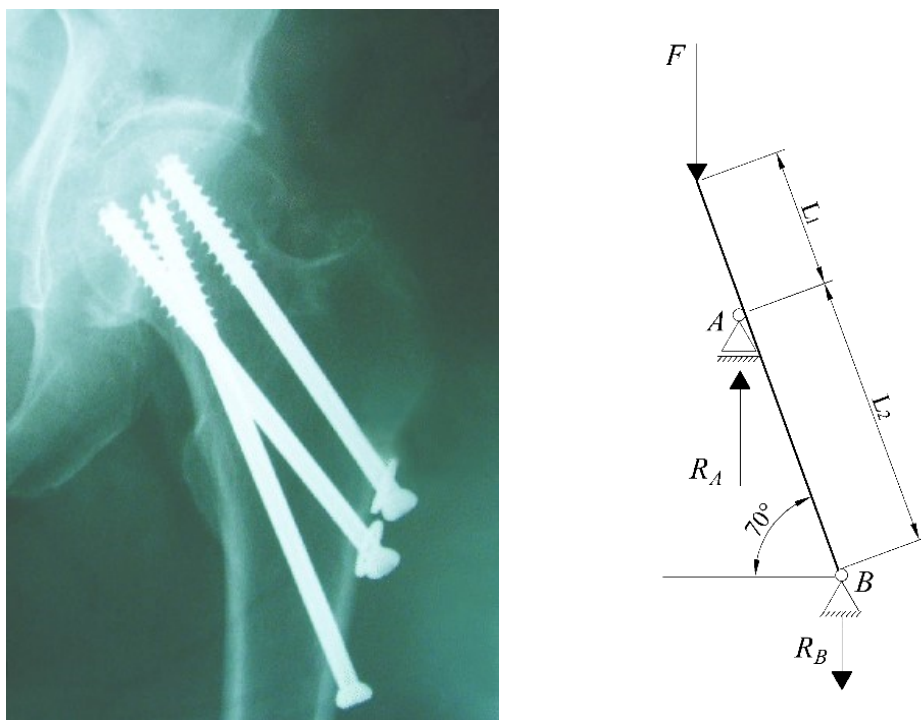


Obr. 10.1 Pravdepodobnostný prístup

Úloha sa dá riešiť tiež pomocou MKP. Vytvorením vhodného presnejšieho anatomického modelu (po častiach izotropný materiál, napr. pomocou softwaru Mimics), môžeme dostať presnejšie výsledky, ale vytvorenie takéhoto modelu je zložité a časovo náročné. Samozrejme môžeme vytvoriť zjednodušený model, ale v takomto prípade by sa presnosť výsledkov moc nelíšila od analytického výpočtu, čo môžeme vidieť v kapitole 9.

Ďalší prístup riešenia je riešenie daného problému pomocou experimentov. Experimenty patria medzi najdrahšie metodiky riešenia úloh, ale zároveň ponúkajú pri zachovaní všetkých podmienok, dostatočnej presnosti snímačov a vhodnej skúšobnej metodiky väčšinou najhodnovernejšie výsledky.

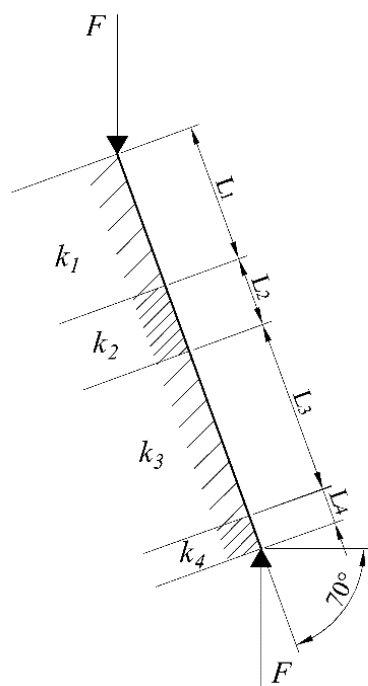
Orlin Filipov rieši úlohu zlomeniny krčka proximálneho femuru ako nosník s previsnutým koncom a tiež má nosník ináč zaťažený, vid' obr. 10.1 a literatúra [14], [15].



Obr. 10.1 Filipov model riešenia osteosyntézy

Filipov pri svojom riešení uvažuje, že skrutky sú podporované v dvoch miestach, v ktorých skrutky prechádzajú časťou kosti s väčšou pevnosťou v porovnaní so zvyškom kosti. Sú to kôra krčka femuru a kôra diafýzy femuru. Filipov uvažuje tieto miesta v kosti za úplne tuhé, zatiaľ čo kontakt medzi zvyšnou kosťou a skrutkami zanedbáva, vzhľadom k malej tuhosti zvyšnej hubovitej kosti.

S vedúcim bakalárskej práce by sme navrhli iný postup riešenia tohto modelu vid' obr. 10.2. V našom riešení by sme neuvažovali spomínané podpory za úplne tuhé (v praxi dokonale tuhá podpora neexistuje). My by sme danú úlohu riešili ako úlohu pružného podkladu, kedy by bol nosník uložený na podklade o rôznych tuhostiach, pričom tuhosti k_2, k_4 by boli väčšie ako tuhosti k_1, k_3 .



Obr. 10.2 Riešenie Filipovho modelu pomocou pružného podkladu

11. ZÁVER

Cieľom bakalárskej práce bolo spraviť pevnostnú a tuhostnú analýzu plných a kanylovaných femorálnych skrutiek používaných pri osteosyntéze zlomeniny proximálneho femuru, ktoré sú vyrobené z nerezovej ocele alebo zliatiny Ti6Al4V.

Výpočty boli spravené za predpokladu, že pacient má hmotnosť 120 kg. Uvažuje sa, že pacient tiež zaťažuje dolnú končatinu rôznymi dynamickými dejmi, čo je vo výpočte zahrnuté zvýšením hmotnosti pacienta o 40%. Ďalej sa predpokladá, že pre osteosyntézu zlomeniny proximálneho femuru sú použité tri femorálne skrutky rovnakej dĺžky, sklonené pod uhlom $\alpha = 50^\circ$. Zjednodušene sa vo výpočte uvažuje, že každá skrutka je zaťažená rovnako. Vďaka tomuto zjednodušeniu je spravený výpočet len pre jednu skrutku, ktorá je zaťažená tretinou hmotnosti pacienta. Predpokladá sa tiež, že medzi fragmentami zlomeniny je primárny prítlak, čo spôsobí správne vykonaná osteosyntéza zlomeniny.

Femorálna skrutka je pri tvorbe výpočtu nahradená nosníkom na pružnom podklade. Pružný podklad vhodne nahrádza kosť, do ktorej sú aplikované špongiózne femorálne skrutky. Pre pružný podklad bolo použité vhodné zjednodušenie Winklerovým modelom podložia, ktorý je charakterizovaný koeficientom stlačiteľnosti podložia k . Koeficient podložia k je určený len odhadom a z tohto dôvodu by sme mali považovať vypočítané priehyby len ako približné.

Za týchto predpokladov bol spravený výpočtový model femorálnych skrutiek plného a kanylovaného prierezu. Pre výpočet bola použitá teória 2. rádu, ktorá zahŕňa do výpočtu vplyv normálových síl na ohyb a celý výpočet sa tým spresnil.

Výpočet ukázal, že šmykové napätia sú veľmi malé oproti normálovým napätiam a navyše pôsobia v strednici nosníka, kde ohybové napätie, ktoré má najväčší vplyv na napätosť skrutky je nulové. Maximálne napätie podľa hypotézy pevnosti je na povrchu, preto sa so šmykovým napätím vo vyhodnocovaní výpočtov ďalej nepočíta.

Vďaka výsledkom z pevnostnej analýzy, vid' tab. 7.1, môžeme povedať, že riešené skrutky pevnostne vyhovujú a sú vhodné pre aplikáciu pri osteosyntéze zlomenín. Z výsledkov je zrejmé, že skrutky s kanylovaným prierezom vychádzajú pevnostne lepšie než skrutky s plným prierezom. V súčasnosti sú kanylované skrutky najpoužívanejšími v lekárskej praxi.

Ďalej bol zhotovený rozšírený výpočet skrutky pre všeobecný uhol sklonu skrutky α . Tento výpočet je zhotovený pre kanylovanú skrutku zo zliatiny Ti6Al4V, pozri kapitola 8.

Na záver práce bol spravený numerický výpočet pomocou MKP softvéru, Ansys 17.0, vid' kapitola 9. Výsledky boli porovnané s analytickým výpočtom. Z porovnaní sme zistili, že hodnoty výsledných napätí analytického a numerického riešenia sú zrovnateľné. To môžeme povedať aj o výsledných posuvoch. Treba si ale uvedomiť, že numerický výpočet v tejto práci je dosť zjednodušený, preto tieto výsledky treba považovať za približné.

Postup výpočtu tejto práce sa môže aplikovať aj pri iných typoch fraktúr, kedy je nutná osteosyntéza či už pomocou skrutiek, klincov alebo dláh.

S vedúcim bakalárskej práce sa v súčasnosti snažíme výsledky publikovať.

Pod'akovanie

Rád by som poďakoval vedúcemu mojej bakalárskej práce doc. Ing. Karlovi Frydrýškovi, Ph.D. za odborné vedenie a za pomoc pri riešení bakalárskej práce.

12.ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] Frydrýšek, K.: *Nosníky a rámy na pružném podkladu 1*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2006. 463 s. ISBN 80-248-1244-4.
- [2] Frydrýšek, K. – Jančo, R., et. al.: *Nosníky a rámy na pružném podkladu 2*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2008. 516 s. ISBN 978-80-248-1743-9.
- [3] Frydrýšek, K., – Nikodým, M., et. al.: *Nosníky a rámy na pružném podkladu 3*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2010. 611 s. ISBN 978-80-248-2257-0.
- [4] Winkler, E.: *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit (The theory of elasticity and stiffness)*. H. Dominicus, Prague, 1867.
- [5] Pasternak, P. L.: *On a new method analysis of an elastic foundation by means of two foundation constant*. Gosudarstvennoe izdatelstvo literaturi po stroitelstvu i architekture, Moskva, 1954.
- [6] Filodenko-Borodič, M. M.: *Some approximate theories of the elastic foundation*. Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosudarstvennogo Universiteta, 1940.
- [7] Hetenyi, M.: *Beams on Elastic Foundation*. Ann Arbor, University of Michigan Studies, USA, 1964.
- [8] Kerr, A. D.: *Elastic and viscoelastic foundation models*. Journal of Applied Mechanics (ASME), 1964.
- [9] Reissner, E.: *Deflection of plates on viscoelastic foundation*. Journal of Applied Mechanics (ASME), 1958.
- [10] Strnadel, B.: *New methods of damage and failure analysis of structural parts*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2014. 124 s. ISBN 978-80-248-3488-7.
- [11] Glyn, J.: *Analysis of beams on elastic foundations*. New York: Thomas Telford Publishing, 2009. 164 s. ISBN 978-0-7277-2575-2.
- [12] Výpočtové a měřicí zprávy projektu TA03010804 „Osteosyntéza zlomenin nohy a ruky“.
- [13] Basile, R. – Roberto Pepicelli, G, et. al.: *Osteosynthesis of femoral neck fractures: two or three screws?* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2012, 165–168 s. Dostupné na: <[http://dx.doi.org/10.1016/S2255-4971\(15\)30081-1](http://dx.doi.org/10.1016/S2255-4971(15)30081-1)>
- [14] Filipov, O. – Gueorguiev, B.: *Unique stability of femoral neck fractures treated with the novel biplane double-supported screw fixation method: A biomechanical cadaver study* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2015, 218–226 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.injury.2014.11.013>>
- [15] Filipov, O.: *Biomechanics of the Fractured Femoral Neck – The New BDSF-Method of Positioning the Implant as a Simple Beam with an Overhanging End*. Injury and Skeletal Biomechanics, InTech. [cit. 10.4.2017]. 2013, 81–93 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.5772/47839>>

- [16] Lauxen Junior, D. – Schwartzmann, C. R.: *Comparison of volumes occupied by different internal fixation devices for femoral neck fractures* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2012, 701–704 s. Dostupné na: <[http://dx.doi.org/10.1016/S2255-4971\(15\)30024-0](http://dx.doi.org/10.1016/S2255-4971(15)30024-0)>
- [17] Schaefer, T. K. – Spross, Ch., et.al.: *Biomechanical properties of a posterior fully threaded positioning screw for cannulated screw fixation of displaced neck of femur fractures* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2015, 2130-2133 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.injury.2015.07.021>>
- [18] Selvan, V. T. – Oakley, V. T, et. al.: *Optimum configuration of cannulated hip screws for the fixation of intracapsular hip fractures: a biomechanical study* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2003, 136-141 s. Dostupné na: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0020-1383\(03\)00059-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-1383(03)00059-7)>
- [19] Hawks, M. A. – Hyunchul, Kim, et. al.: *Does a trochanteric lag screw improve fixation of vertically oriented femoral neck fractures? A biomechanical analysis in cadaveric bone* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2013, 886-891 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2013.08.007>>
- [20] Jiong, Mei – Shiwei, Liu, et. al.: *Finite element analysis of the effect of cannulated screw placement and drilling frequency on femoral neck fracture fixation* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2014, 2045-2050 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.injury.2014.07.014>>
- [21] Hrubina, M. – Horák, Z. et. al.: *Computational modeling in the prediction of Dynamic Hip Screw failure in proximal femoral fractures* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2014, 143-151 s. Dostupné na: <<http://dx.doi.org/10.2478/v10136-012-0017-8>>
- [22] Gok, K. – Inal, S.: *Biomechanical comparison using finite element analysis of different screw configurations in the fixation of femoral neck fractures* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2015, 173-179 s. Dostupné na: <<http://www.mech-sci.net/6/173/2015/ms-6-173-2015.pdf>>
- [23] Bartoníček, J. – Džupa, V., et. al.: *Zlomeniny proximálního femuru* [online]. [cit. 10.4.2017]. Dostupné na: <<http://zdravi.euro.cz/clanek/postgradualni-medicina/zlomeniny-proximalniho-femuru-168656>>
- [24] Hoza, P. – Hála T., et. al.: *Zlomeniny proximálního femuru a jejich řešení* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2008, 393–397 s. Dostupné na: <<http://www.solen.cz/pdfs/med/2008/10/12.pdf>>
- [25] *Osteosyntéza a její principy* [online]. [cit. 10.4.2017]. Dostupné na: <http://www.wikiskripta.eu/index.php/Osteosynt%C3%A9za_a_jej%C3%AD_principy>
- [26] *Femur* [online]. [cit. 10.4.2017]. Dostupné na: <<http://www.wikiskripta.eu/index.php/Femur>>
- [27] *Patobiomechanika a Patokinesiologie* [online]. [cit. 10.4.2017]. Dostupné na: <http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpk/kompendium/anatomie/dk_stehno_kycelni.php>
- [28] Dylevský, I. – Ježek, P.: *Základy funkční anatomie člověka* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2012. Dostupné na: <<http://vos.palestra.cz/skripta/anatomie/4a4a6.htm>>
- [29] Šteňo, B.: *Avaskulárna nekróza hlavy femuru* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2013, 131–136 s. Dostupné na: <<http://www.solen.sk/pdf/3e666d40dd31603b817681a9c1c9123d.pdf>>

[30] Tao Wang – Jun-Ying Sun, et.al.: *Analysis of risk factors for femoral head necrosis after internal fixation in femoral neck fractures* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2014. Dostupné na: <<http://www.healio.com/orthopedics/journals/ortho/2014-12-37-12/%7Bddcc6b8b-724e-4d8c-b4ce-932732f2d469%7D/analysis-of-risk-factors-for-femoral-head-necrosis-after-internal-fixation-in-femoral-neck-fractures>>

[31] Yildirim, M.: *Anatomi (Iskelet)* [online]. [cit. 10.4.2017]. 2015. Dostupné na: <<http://yavuzyilmazbiz.blogspot.cz/2015/07/iskelet-anatomik-durus-bas-dik-ve-aln.html>>